T MÉTICA

¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Jimmy García - Eddy Huamaní

FONDO EDITORIAL RODO

7

CUATRO OPERACIONES - SUCESIONES Y SERIES

Teoría y Práctica

ARI

7

CUATRO OPERACIONES - SUCESIONES Y SERIES

Teoría y Práctica

ARITMÉTICA

¡Full CEPRES!

Jimmy García - Eddy Huamaní

FONDO EDITORIAL RODO

PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2013, en está oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE ARITMÉTICA,** desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica , ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO
De: Walter Z. Benitez Nuñez.

E&M

CUATRO OPERACIONES - SUCESIONES Y SERIES

ARITMÉTICA - TEMA SELECTO 07, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © Noviembre 2013 por

FONDO EDITORIAL RODO
de Walter Z. Benitez Nuñez
Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña
LIMA 05, PERÚ ☎ 424 - 6350 992 - 796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N°: 2013 - 18725

EQUIPO PEDAGÓGICO
Jimmy H. García Chumán
Eddy F. Huamaní Vargas

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS
José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ
Impreso en los Talleres Gráficos de **CORPORACIÓN PIANCASH S. A. C.**
Jr. Chancay 446 Of. 112 - Lima 01

CUATRO OPERACIONES FUNDAMENTALES EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES

ADICIÓN

Es una operación binaria que hace corresponder a ciertos pares de números naturales llamados sumandos un tercer número llamado suma.

$$(a; b) \xrightarrow{+} S$$

Donde: a y b : Sumandos
S : Suma

$$\Rightarrow \boxed{a + b = S}$$

- **EN BASE 10**

Ejemplos: **i)** $35 + 27 = 62$
Sumandos Suma

ii) Calculemos la siguiente suma S:

$$S = 378 + 251 + 984$$

Expresando los sumandos en forma vertical

4	3	2	1	← orden
①	②	①		← lleva
	3	7	8	+
	2	5	1	
	9	8	4	
1	6	1	3	

Se agrupan de 10 en 10 (por la base), considerando el orden

- Orden 1 (unidades) : $8 + 1 + 4 = 13 = ①\times 10 + 3$ (① → Se forma 1 grupo (lleva); 3 → queda)
- Orden 2 (decenas) : $① + 7 + 5 + 8 = 21 = ②\times 10 + 1$ (② → lleva; 1 → queda)
- Orden 3 (centenas) : $② + 3 + 2 + 9 = 16 = ①\times 10 + 6$ (① → lleva; 6 → queda)

E&M

Otra forma:

- Orden 1 : $8+1+4=13$
- Orden 2 : $7+5+8=20$
- Orden 3 : $3+2+9=14$

3	2	1	0 ← orden
		1	3 +
	2	0	↓
1	4	↓	↓
1	6	1	3

• EN OTRAS BASES

Ejemplos: **iii)** Calculemos la siguiente suma S en base 7:

$$S = 235_{(7)} + 461_{(7)} + 123_{(7)}$$

Expresando los sumandos en forma vertical

4	3	2	1 ← orden
①	①	①	← lleva
	2	3	$5_{(7)}$ +
	4	6	$1_{(7)}$
	1	2	$3_{(7)}$
1	1	5	$2_{(7)}$

Se agrupan de 7 en 7 (por la base), considerando el orden

- Orden 1 : $5+1+3=9=\textcircled{1}\times 7+2$ (① → Se forma 1 grupo (lleva); 2 → queda)
- Orden 2 : $\textcircled{1}+3+6+2=12=\textcircled{1}\times 7+5$ (① → lleva; 5 → queda)
- Orden 3 : $\textcircled{1}+2+4+1=8=\textcircled{1}\times 7+1$ (① → lleva; 1 → queda)

Otra forma:

- Orden 1 : $5+1+3=8=11_{(7)}$
- Orden 2 : $3+6+2=11=14_{(7)}$
- Orden 3 : $2+4+1=7=10_{(7)}$

3	2	1	0 ← orden
		1	$1_{(7)}$ +
	1	$4_{(7)}$	↓
1	$0_{(7)}$	↓	↓
1	1	5	$2_{(7)}$

Aplicación (1): Si: $a+b+c=18$

Calcule: $S=\overline{a3b4c}+\overline{b2c5a}+\overline{c7a8b}$

Dé como respuesta la suma de cifras.

Resolución: Expresando los sumandos en forma vertical:

$$\begin{array}{rccccc} & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \leftarrow \text{llevo} \\ & a & 3 & b & 4 & c \quad + \\ & b & 2 & c & 5 & a \\ & c & 7 & a & 8 & b \\ \hline S = & 1 & 9 & 3 & 9 & 8 \quad 8 \end{array}$$

(al sumar se observa que $a + b + c = 18$; aparece en el orden 1; 3; 5)

$\therefore$ Σ cifras de $S = 38$

Aplicación (2): Calcule la suma de todos los números impares de 2 cifras.

Resolución: 1ra FORMA:

Por serie aritmética:

$$S = 11 + 13 + 15 + 17 + \ldots\ldots + 99$$

número de términos: $\dfrac{99-11}{2} + 1 = 45$

Luego: $S = \left(\dfrac{11+99}{2}\right)45 = 2475$

2da FORMA:

Calculemos primero el total de números impares de la forma $\overline{ab}$:

$$\begin{array}{cc} & \rightarrow \text{impar} \\ a & b \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 3 & 5 \\ \vdots & 7 \\ 9 & 9 \\ \hline 9 \times 5 & = 45 \text{ números} \end{array}$$

Como hay 45 números al hacer la suma se tendrá 45 sumandos; pero:

Orden 1: "b" toma 5 valores, cuyo bloque de valores se repetirá 9 veces y cuya suma se puede expresar así:

$$\begin{array}{l} \text{Total de números} \rightarrow \\ \text{Valores de b} \rightarrow \end{array} \dfrac{45}{5}\underbrace{(1+3+5+7+9)}_{\Sigma \text{ valores de b}} = 9(25) = 225$$

Orden 2: "a" toma 9 valores, cuyo bloque de valores se repetirá 5 veces y cuya suma se puede expresar así:

$$\begin{array}{l} \text{Total de números} \rightarrow \\ \text{Valores de a} \rightarrow \end{array} \dfrac{45}{9}\underbrace{(1+2+3+\ldots+9)}_{\Sigma \text{ valores de a}} = 5(45) = 225$$

E&M

Hallando la suma total:

	3	2	1	0 ← orden	
Orden 1: →		2	2	5	+
Orden 2: →	2	2	5		
	2	4	7	5	

SUSTRACCIÓN

Es una operación binaria que hace corresponder a ciertos pares de números naturales llamados minuendo y sustraendo, un tercer número natural llamado diferencia.

$$(m; s) \xrightarrow{-} d$$

Donde:
- m : Minuendo
- s : Sustraendo
- d : Diferencia

$$\Rightarrow \quad \boxed{m - s = d}$$

• EN BASE 10

Ejemplos: **i)** $35 - 16 = 19$

(m, s, d)

ii) Calculemos la diferencia de:

$524 - 359$

Expresando la sustracción en forma vertical:

	10	10	
5	2	4	−
4	1		
3	5	9	
1	6	5	

Orden 1: Como a "4" no se le puede disminuir en "9" lo que se hace es regresar del orden 2 una unidad; que en el orden uno equivale a 10 unidades (en forma práctica le presta 10 que es la base), luego tenemos que:

$10 + 4 - 9 = 5$

Orden 2: Como se prestó una unidad de este orden quedan $2 - 1 = 1$ y como "1" no se le puede disminuir en "5" en forma análoga se hace el mismo procedimiento anterior; luego tenemos que:

$10 + 1 - 5 = 6$

Orden 3: Como se prestó una unidad de este orden queda $5 - 1 = 4$; luego tenemos que:

$4 - 3 = 1$

- **EN OTRAS BASES**

Ejemplos: **iii)** Realizar la sustracción:

$$532_{(7)} - 356_{(7)}$$

Expresando la sustracción en forma vertical:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 7\ \ 7}\\ 5\ \ 3\ \ 2_{(7)} \\ 4\ \ 2 \\ 3\ \ 5\ \ 6_{(7)} \\ \hline 1\ \ 4\ \ 3_{(7)} \end{array} -$$

Orden 1: Como a "2" no se le pude disminuir en "6" lo que se hace es regresar del orden 2 una unidad; que en el orden uno equivale a 7 unidades (en forma práctica le presta 7 que es la base), luego tenemos que:

$$7 + 2 - 6 = 3$$

Orden 2: Como se prestó una unidad de este orden quedan $3 - 1 = 2$ y como a "2" no se le puede disminuir en "5" en forma análoga se hace el mismo procedimiento anterior; luego tenemos que:

$$7 + 2 - 5 = 4$$

Orden 3: Como se prestó una unidad de este orden quedan: $5 - 1 = 4$, luego tenemos que:

$$4 - 3 = 1$$

PROPIEDADES

Ejemplo (1): En la siguiente sustracción:

$$37 - 16 = 21$$

Si sumamos los términos de la sustracción:

$$\underbrace{37}_{m} + \underbrace{16}_{s} + \underbrace{21}_{d} = 74 = 2(\underbrace{37}_{m})$$

En general:

$$\boxed{m + s + d = 2m}$$

Ejemplo (2): **i)** En base 10

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 10} \\ 6\ \ 3 - \\ 3\ \ 6 \\ \hline 2\ \ 7 \end{array}$$

ii) En otras bases:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 8} \\ 5\ \ 3_{(8)} - \\ 3\ \ 5_{(8)} \\ \hline 1\ \ 6_{(8)} \end{array}$$

Observación:

$$2 + 7 = 9 = \overset{\text{base}}{10} - 1 \qquad 1 + 6 = 7 = \overset{\text{base}}{8} - 1$$

E&M

En general:

Si: $\overline{ab}_{(n)} - \overline{ba}_{(n)} = \overline{xy}_{(n)} \Rightarrow x + y = n - 1$

Donde: $b < a \quad \wedge \quad n \geq 3$

Ejemplo 3: **i)** En base 10

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 2 - \\ 2\ 4\ 7 \\ \hline 4\ 9\ 5 \end{array}$$

(10, 10)

ii) En otras bases:

$$\begin{array}{r} 6\ 2\ 4_{(9)} - \\ 4\ 2\ 6_{(9)} \\ \hline 1\ 8\ 7_{(9)} \end{array}$$

(9, 9)

Observación:

$4 + 5 = 9 = \overline{10} - 1$ (base)

cifras extremas, cifra central

$1 + 7 = 8 = \overline{9} - 1$ (base)

cifras extremas, cifra central

También en el orden 2 se observa:

$7 - 2 = 4 + 1$ $\qquad$ $6 - 4 = 1 + 1$

En general:

Si: $\overline{abc}_{(n)} - \overline{cba}_{(n)} = \overline{xyz}_{(n)} \Rightarrow x + z = y = n + 1$

Donde: $c < a \quad \wedge \quad n \geq 3$

También: $a - c = x + 1$

Ejemplo 4: **i)** En base 10

$$\begin{array}{r} 8\ \textcircled{6}\ \textcircled{2}\ 5 - \\ 5\ 2\ 6\ 8 \\ \hline 3\ 3\ 5\ 7 \end{array}$$

(10, 10)

Observación: $6 > 2$

Luego: $3 + 7 = \overline{10}$ (base)

cifras extremas

$3 + 5 = 8 = \overline{10} - 2$ (base)

cifras centrales

$$\begin{array}{r} 8\ \textcircled{2}\ \textcircled{6}\ 5 - \\ 5\ 6\ 2\ 8 \\ \hline 2\ 6\ 3\ 7 \end{array}$$

(10, 10)

$2 < 6$

$2 + 7 = 9 = \overline{10} - 1$ (base)

cifras extremas

$6 + 3 = 9 = \overline{10} - 1$ (base)

cifras centrales

$$\begin{array}{r} 8\ \textcircled{2}\ \textcircled{2}\ 5 - \\ 5\ 2\ 2\ 8 \\ \hline 2\ 9\ 9\ 7 \end{array}$$

(10, 10, 10)

$2 = 2$

$2 + 7 = 9 = \overline{10} - 1$ (base)

cifras extremas

$9 = 9 = \overline{10} - 1$ (base)

cifras centrales

ii) En otras bases

	$8\,\overset{9}{\textcircled{6}}\,\overset{9}{\textcircled{2}}\,5_{(9)}$ −	$8\,\overset{9}{\textcircled{2}}\,\overset{9}{\textcircled{6}}\,5_{(9)}$ −	$8\,\overset{9}{\textcircled{2}}\,\overset{9}{\textcircled{2}}\,\overset{9}{5}_{(9)}$ −
	$5\ 2\ 6\ 8_{(9)}$	$5\ 6\ 2\ 8_{(9)}$	$5\ 2\ 2\ 8_{(9)}$
	$3\ 3\ 4\ 6_{(9)}$	$2\ 5\ 3\ 6_{(9)}$	$2\ 8\ 8\ 6_{(9)}$
Observación:	$6 > 2$	$2 < 6$	$2 = 2$
Luego:	$3+6=\overset{\text{base}}{9}$ (cifras extremas)	$2+6=8=9-1$ (cifras extremas)	$2+6=8=9-1$ (cifras extremas)
	$3+4=7=9-2$ (cifras centrales)	$5+3=8=9-1$ (cifras centrales)	$8=8=9-1$ (cifras centrales)

En general:

Si: $\overline{abcd}_{(n)} - \overline{dcba}_{(n)} = \overline{xywz}_{(n)}$

Se cumple:

1er CASO	2do CASO	3er CASO
Si: $b > c \ \wedge \ n \geq 3$	Si: $b < c \ \wedge \ n \geq 3$	Si: $b = c \ \wedge \ n \geq 3$
• $x + z = n$	• $x + z = n - 1$	• $x + z = n - 1$
• $y + w = n - 2$	• $y + w = n - 1$	• $y = w = n - 1$
• $a - d = x$	• a	• $a - d = x + 1$

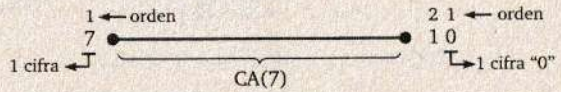
COMPLEMENTO ARITMÉTICO (C.A.)

Se denomina complemento aritmético de un número a la cantidad que le falta a dicho número, para ser igual a una unidad del orden inmediato superior con respecto a su cifra de mayor orden.

Ejemplos: **En base 10:**

i) Calculemos el C.A.(7).

Como el número "7" sólo tiene una cifra, su cifra de mayor orden corresponde a las unidades, entonces el C.A.(7) es lo que le falta para ser una decena (orden inmediato superior). Graficamente:



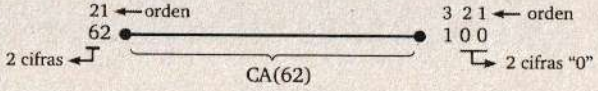
Luego: $\begin{array}{r} 1\ 0 - \\ 7 \\ \hline 3 \end{array}$

Entonces: $CA(7) = 3$

E&M

ii) Calculemos el C.A.(62)

En forma análoga al ejemplo anterior:



Luego:
$$\begin{array}{r} 1\,0\,0 - \\ 6\,2 \\ \hline 3\,8 \end{array}$$

Entonces: $CA(62) = 38$

iii) Hallemos el CA(478):

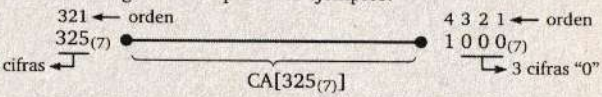
$$\begin{array}{r} 1\,0\,0\,0 - \\ 4\,7\,8 \\ \hline 5\,2\,2 \end{array}$$

Entonces: $CA(478) = 522$

En otras bases:

iv) Calculemos el $C.A[325_{(7)}]$.

En forma análoga a los dos primeros ejemplos:



Luego:
$$\begin{array}{r} 1\,0\,0\,0_{(7)} - \\ 3\,2\,5_{(7)} \\ \hline 3\,4\,2_{(7)} \end{array}$$

Entonces: $CA[325_{(7)}] = 342_{(7)}$

v) Hallemos el $CA[6243_{(9)}]$:

$$\begin{array}{r} 1\,0\,0\,0\,0_{(9)} - \\ 6\,2\,4\,3_{(9)} \\ \hline 2\,6\,4\,6_{(9)} \end{array}$$

Entonces: $CA[6243_{(9)}] = 2646_{(9)}$

En general: Sea: $M = \underbrace{\overline{abc\ldots x}}_{\text{"k" cifras}}{}_{(n)}$

$$CA(M) = \underbrace{1\,000\ldots0}_{\text{"k" cifras}}{}_{(n)} - M$$

FORMA PRÁCTICA PARA CALCULAR EL C.A. DE UN NÚMERO

A la primera cifra significativa de menor orden del número se le resta de la base y a las demás cifras de la izquierda se les resta de la cifra máxima que existe en dicha base.

Ejemplos:

i) $CA(\overset{10}{7}) = 3$

ii) $CA(\overset{9\ 10}{6\ 2}) = 38$

iii) $CA(\overset{9\ 9\ 10}{4\ 7\ 8}) = 522$

iv) $CA(\overset{6\ 6\ 7}{3\ 2\ 5}_{(7)}) = 342_{(7)}$

v) $CA(\overset{8\ 8\ 8\ 9}{6\ 2\ 4\ 3}_{(9)}) = 2646_{(9)}$

vi) $CA(\overset{9\ 9\ 9\ 9\ 10}{5\ 3\ 0\ 4\ 2\ 0\ 0}) = 4695\underline{800}$

OBSERVACIONES

Ejemplo (1): $N = 15 = 23_{(6)} = 21_{(7)}$

Calculemos el CA de N en los 3 sistemas de numeración:

$$CA(\overset{9\ 10}{1\ 5}) = 85$$

$$CA(\overset{5\ 6}{2\ 3}_{(6)}) = 33_{(6)} = 21$$

$$CA(\overset{6\ 7}{2\ 1}_{(7)}) = 46_{(7)} = 34$$

Conclusión: Un numeral expresado en diferentes bases; tiene diferentes complementos aritméticos.

Ejemplo (2): $CA(\overset{9\ 9\ 10}{9\ 2\ 5}) = 75$

Luego; si: $CA(\overline{abc}) = \overline{mn}$

$\rightarrow a = 9$

También: $CA(\overline{abcd}) = \overline{xy}$

$\downarrow\downarrow$

$9\ 9$

En general:

Si: $CA(\overline{abcde}_{(n)}) = \overline{xyz}_{(n)}$

$\Rightarrow a = n-1 \ \wedge \ b = n-1$

E&M

MULTIPLICACIÓN

Es una operación binaria que hace corresponder a ciertos pares de números naturales llamados multiplicando y multiplicador, un tercer número natural denominado producto.

$$(a; b) \xrightarrow{\times} P$$

Donde:
- a : Multiplicando
- b : Multiplicador
- P : Producto
- a y b : Factores

$$a \cdot b = P$$

Sean: A, B y C $\in \mathbb{N}$

Se cumple:

$A \times B = B \times A$

$(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$

$A \times (B \pm C) = A \times B \pm A \times C$

- **EN BASE 10**

Ejemplos: **i)** $13 \times 18 = 243$

multiplicando · multiplicador · Producto

ii) Calculemos el siguiente producto:

$$347 \times 56$$

Expresando los factores en forma vertical:

Multiplicando → 3 4 7 ×

Mutiplicador → 5 6

Productos parciales:
- 2 0 8 2 → 347×6
- 1 7 3 5 → 347×5

Producto → 1 9 4 3 2

Observación: Suma de productos parciales,

$$\underset{347\times 6}{2082} + \underset{347\times 5}{1735} = \underset{347\times 11}{3817}$$

Se observa que la cantidad de productos parciales en una multiplicación lo determina la cantidad de cifras del multiplicador.

- **EN OTRAS BASES**

Ejemplos: **iii)** Calculemos el siguiente producto en base 5:

$$423_{(5)} \times 34_{(5)}$$

Expresando los factores en forma vertical:

$$\begin{array}{r} 4\ 2\ 3_{(5)} \times \\ 3\ 4_{(5)} \\ \hline \text{(oval)} \rightarrow \text{1er Producto parcial} \\ \text{(oval)} \rightarrow \text{2do Producto parcial} \\ \hline \text{(oval)} \rightarrow \text{Producto} \end{array}$$

- Para el primer producto parcial (a partir del orden 1):

$$4 \times 3 = 12 = \overset{\text{lleva}}{\textcircled{2}} \times 5 + \underset{\text{queda}}{2}$$

$$4 \times 2 + 2 = 10 = \overset{\text{lleva}}{\textcircled{2}} \times 5 + \underset{\text{queda}}{0}$$

$$4 \times 4 + 2 = 18 = \overset{\text{lleva}}{\textcircled{3}} \times 5 + \underset{\text{queda}}{3}$$

- Para el segundo producto parcial (a partir del orden 2):

$$3 \times 3 = 9 = \overset{\text{lleva}}{\textcircled{1}} \times 5 + \underset{\text{queda}}{4}$$

$$3 \times 2 + 1 = 7 = \overset{\text{lleva}}{\textcircled{1}} \times 5 + \underset{\text{queda}}{2}$$

$$3 \times 4 + 1 = 13 = \overset{\text{lleva}}{\textcircled{2}} \times 5 + \underset{\text{queda}}{3}$$

Luego se tendrá:

$$\begin{array}{r} 4\ 2\ 3_{(5)} \times \rightarrow \text{Multiplicando} \\ 3\ 4_{(5)} \rightarrow \text{Mutiplicador} \\ \hline \cdot 3\ 3\ 0\ 2_{(5)} \rightarrow 423_5 \times 4 \\ 2\ 3\ 2\ 4_{(5)} \rightarrow 423_5 \times 4 \end{array} \Big\} \text{Productos parciales}$$

$$3\ 2\ 0\ 4\ 2_{(5)} \rightarrow \text{Producto}$$

E&M

Observación: Suma de productos parciales,

$$\underbrace{3302_5}_{423_5 \times 4} + \underbrace{2324_5}_{423_5 \times 3} = \underbrace{11131_5}_{423_5 \times 12_5}$$

DIVISIÓN

Es una operación binaria que hace corresponder a ciertos pares de números naturales llamados dividendo y divisor, un tercer número llamado cociente.

$$(D; d) \xrightarrow{+} q$$

Donde:
- D : Dividendo
- d : Divisor
- q : Cociente

$$\Rightarrow \boxed{D \div d = q}$$

Ejemplos: **i)** $24 \div 8 = 3$

D d q

ii) $37 \div 5 = 7{,}4$

D d q

DIVISIÓN ENTERA

Es un caso particular de la división en la que todos los términos son enteros; para que ocurra esto se va tener un nuevo término entero no negativo llamado residuo (r).

Ejemplo:

D → 37 | 5 ← d

r → 2 | 7 ← q

Donde:

$\{D;d;q\} \subset \mathbb{Z}$

$r \in \mathbb{Z}^+$

CLASES DE DIVISIÓN ENTERA

1. EXACTA (r = 0)

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 39 & 13 \\ \hline 0 & 3 \end{array}$$

$\rightarrow \quad 39 = 13 \times 3$

En general:

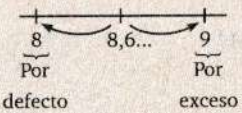
$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline 0 & q \end{array}$$

$$\boxed{D = d \cdot q}$$

2. INEXACTA (0 < r)

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 52 & 6 \\ \hline & 8{,}6\ldots \end{array}$$



La división inexacta puede ser:

- Por defecto

$$\begin{array}{r|l} 52 & 6 \\ \hline 4 & 8 \end{array}$$

$\rightarrow \quad 52 = 6 \times 8 + 4$

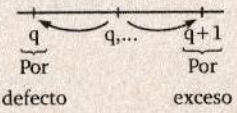
- Por exceso

$$\begin{array}{r|l} 52 & 6 \\ \hline 2 & 9 \end{array}$$

$\rightarrow \quad 52 = 6 \times 9 - 2$

En general:

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline & q, \ldots \end{array}$$



- Por defecto

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline r & q \end{array}$$

$\rightarrow \quad \boxed{D = d \cdot q + r}$

- Por exceso

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline r_e & q+1 \end{array}$$

$\rightarrow \quad \boxed{D = d \cdot (q+1) - r_e}$

E&M

Donde:

q : Cociente por defecto

$q+1$: Cociente por exceso

r : Residuo por defecto

r_e : Residuo por exceso

Propiedades de la División Inexacta:

i) $r + r_e = d$

ii) $0 < (\text{residuo}) < d$

$r_{mínimo} = 1$; $r_{máximo} = d-1$

ALTERACIONES EN LA DIVISIÓN

1. POR ADICIÓN

Cuando al dividendo se le adiciona un número natural, este número se suma al residuo.

Ejemplo: Sea la división

$$\begin{array}{r|l} 84 & 10 \\ \hline 4 & 8 \end{array}$$

i) Si al dividendo le adicionamos 3 unidades entonces la nueva división sería:

$$\begin{array}{r|l} 87 & 10 \\ \hline \underbrace{7}_{\text{nuevo residuo}} & 8 \end{array} \rightarrow \text{cociente no varía}$$

Veamos que sucedió:

$$\begin{array}{r|l} 84+3 & 10 \\ \hline & 8 \end{array}$$

$\underbrace{4+3}$

$(\text{residuo}) < d \rightarrow$ "q" no varía

ii) Si al dividendo le aumentamos 12 unidades entonces la nueva división sería:

$$\begin{array}{r|l} 96 & 10 \\ \hline \underbrace{6}_{\text{nuevo residuo}} & 9 \end{array} \rightarrow \text{nuevo cociente}$$

Veamos que sucedió:

$$84+12 \;\big|\; \underline{10} \qquad\qquad 4+12 \;\big|\; \underline{10}$$
$$8 \qquad\qquad 1 \leftarrow \text{aumento del}$$
$$\underbrace{4+12}_{\text{(residuo)} > d} \qquad\qquad \underbrace{6}_{\text{nuevo residuo}} \qquad\qquad \text{cociente}$$

2. POR MULTIPLICACIÓN

2.1. Si multiplicamos sólo al dividendo por un número natural.

Ejemplo: Sea la división: $\begin{array}{r|l} 84 & 10 \\ 4 & 8 \end{array} \Rightarrow 84 = 10 \times 8 + 4$

Si al dividendo lo multiplicamos por 7, la nueva división sería:

$$\begin{array}{r|l} 588 & 10 \\ 8 & 58 \end{array}$$

Veamos que sucedió:

$$84\times7 \;\big|\; \underline{10} \qquad\qquad 4\times7 \;\big|\; \underline{10}$$
$$8\times7 \qquad\qquad 2$$
$$\underbrace{4\times7}_{\text{(residuo)} > d} \qquad\qquad \underbrace{8}_{\text{nuevo residuo}}$$

Se observa que el nuevo cociente es:

$$8\times7+2=58$$

2.2. Si multiplicamos al dividendo y divisor por un mismo número natural

Ejemplo: Sea la división: $\begin{array}{r|l} 84 & 10 \\ 4 & 8 \end{array} \Rightarrow 84 = 10 \times 8 + 4$

Si al dividendo y al divisor lo multiplicamos por 7, la nueva división sería:

$$\begin{array}{r|l} 588 & 70 \\ 28 & 8 \end{array}$$

Veamos que sucedió:

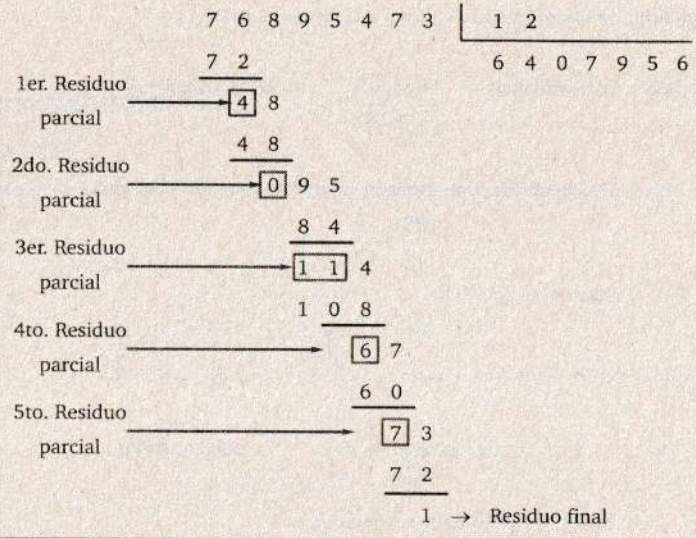
E&M

$$\begin{array}{r|l} 84\times 7 & 10\times 7 \\ \hline & 8 \end{array}$$

$$4\times 7 \qquad \Rightarrow \quad 84 = 10\times 8 + 4$$

Se observa que el residuo de la división inicial también quedó multiplicado por 7 y el cociente no varía.

OBSERVACIONES



DETERMINACIÓN DE LA CANTIDAD DE CIFRAS DE UN PRODUCTO Y DE UN COCIENTE

Ejemplo: Si:

A tiene 3 cifras

B tiene 5 cifras

C tiene 2 cifras

Calcule cuántas cifras puede tener:

i) A^4

ii) $A^4 \times B^3$

iii) $\dfrac{A^4 \times B^3}{C^2}$

Resolución: i) Como A tiene 3 cifras:

$$10^2 \leq A < 10^3$$
$$(10^2)^4 \leq (A)^4 < (10^3)^4$$
$$10^{8} \leq A^4 < 10^{12}$$

Entonces A^4 puede tener: 9; 10; 11 ó 12 cifras

ii) Como B tiene 5 cifras:

$$10^4 \leq B < 10^5$$
$$(10^4)^3 \leq (B)^3 < (10^5)^3$$
$$10^{12} \leq B^3 < 10^{15}$$

Pero:
$$10^8 \leq A^4 < 10^{12}$$

$$10^8 \times 10^{12} \leq A^4 \times B^3 < 10^{12} \times 10^{15}$$
$$10^{20} \leq A^4 \times B^3 < 10^{27}$$

Entonces $A^4 . B^3$ puede tener: 21; 22; 23; 24; 25; 26 ó 27 cifras

iii) Como C tiene 2 cifras:

$$10^1 \leq C < 10^2$$
$$(10^1)^2 \leq (C)^2 < (10^2)^2$$
$$10^2 \leq C^2 < 10^4$$
$$\rightarrow \frac{1}{10^4} < \frac{1}{C^2} \leq \frac{1}{10^2}$$

Pero:
$$10^{20} \leq A^4 \times B^3 < 10^{27}$$

$$\frac{10^{20}}{10^4} \leq \frac{A^4 \times B^3}{C^2} < \frac{10^{27}}{10^2}$$
$$10^{16} < \frac{A^4 \times B^3}{C^2} < 10^{25}$$

Entonces $\frac{A^4 \times B^3}{C^2}$ puede tener: 17; 18; 19, ...; 24 ó 25 cifras

E&M

SUCESIONES Y SERIES

SUCESIÓN

Una sucesión es un conjunto ordenado de elementos, donde cada uno ocupa un lugar establecido de modo que se puede distinguir el primero, el segundo, el tercero y así sucesivamente, acorde con una ley de formación, criterio de orden o fórmula de recurrencia. A los elementos de éste conjunto se les denomina términos de la sucesión.

SUCESIÓN NUMÉRICA

Una sucesión numérica $\{a_n\}$ es una función que tiene como dominio el conjunto de los números enteros positivos ($\mathbb{Z}^+$) y cuyo rango está incluido en el conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$).

En general: Sean los términos de una sucesión:

$$a_1;\ a_2;\ a_3;\ \ldots;\ a_n$$

Entonces:

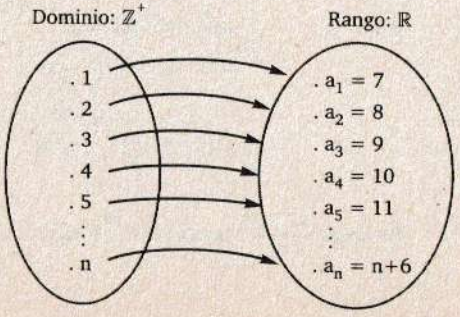
a_1: primer término
a_2: segundo término
a_3: tercer término
$\vdots \quad \vdots$
a_n: n-ésimo término o término general de la sucesión

Ejemplo: Sea la sucesión: 7; 8; 9; 10; 11; ...

Se observa que:

$$a_1 = 7 = 1 + 6$$
$$a_2 = 8 = 2 + 6$$
$$a_3 = 9 = 3 + 6$$
$$a_4 = 10 = 4 + 6$$
$$a_5 = 11 = 5 + 6$$
$$\vdots \qquad \vdots$$

De donde podemos deducir el término general de la sucesión como: $a_n = n + 6$
además al representarlo gráficamente:



MÉTODOS DE REPRESENTACIÓN DE LAS SUCESIONES

1. MÉTODO ANALÍTICO

Cuando se tiene el término general de la sucesión.

Ejemplos:

TÉRMINO GENERAL	SUCESIÓN QUE REPRESENTA
$\{a_n\}$	$a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; \ldots$
$\{4n+2\}$	$6; 10; 14; 18; 22; \ldots$
$\{n^2+3\}$	$4; 7; 12; 19; 28; \ldots$
$\left\{\frac{n}{n+1}\right\}$	$\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \ldots$
$\{10-n^3\}$	$9; 2; -17; -54; -124; \ldots$
$\{(-1)^n\}$	$-1; 1; -1; 1; -1; \ldots$

2. MÉTODO RECURRENTE

Cuando se recurre a uno o más términos ya dados como datos, para obtener los demás términos de la sucesión partiendo de los términos que le preceden.

Ejemplos: **i)** Dato: $a_1 = 2$

Término general: $\boxed{a_n = 3 \times a_{n-1}}$; $\forall n > 1$

Al reemplazar:

$$\Rightarrow \quad a_1 = 2$$
$$a_2 = 3 \times a_1 = 3 \times 2 \quad \Rightarrow \quad a_2 = 6$$
$$a_3 = 3 \times a_2 = 3 \times 6 \quad \Rightarrow \quad a_3 = 18$$
$$a_4 = 3 \times a_3 = 3 \times 18 \quad \Rightarrow \quad a_4 = 54$$
$$a_5 = 3 \times a_4 = 3 \times 54 \quad \Rightarrow \quad a_5 = 162$$
$$\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots$$

E&M

ii) Dato: $a_1 = 1$, $a_2 = 3$

Término general: $\boxed{a_n = a_{n-1} + a_{n-2}}$; $\forall\ n \geq 2$

Al reemplazar:

$$\Rightarrow\ a_1 = 1$$
$$\Rightarrow\ a_2 = 3$$
$$a_3 = a_2 + a_1 = 3 + 1 \Rightarrow a_3 = 4$$
$$a_4 = a_3 + a_2 = 4 + 3 \Rightarrow a_4 = 7$$
$$a_5 = a_4 + a_3 = 7 + 4 \Rightarrow a_5 = 11$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

Sucesión de Lucas

iii) Dato: $a_1 = 1$, $a_2 = 1$

Término general: $\boxed{a_n = a_{n-1} + a_{n-2}}$; $\forall\ n \geq 2$

Al reemplazar:

$$\Rightarrow\ a_1 = 1$$
$$\Rightarrow\ a_2 = 1$$
$$a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 \Rightarrow a_3 = 2$$
$$a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 \Rightarrow a_4 = 3$$
$$a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 \Rightarrow a_5 = 5$$
$$a_6 = a_5 + a_4 = 5 + 3 \Rightarrow a_6 = 8$$
$$a_7 = a_6 + a_5 = 8 + 5 \Rightarrow a_7 = 13$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

Sucesión de Fibonacci

iv) Dato: $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 3$

Término general: $\boxed{a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}}$; $\forall\ n > 3$

Al reemplazar:

$$\Rightarrow\ a_1 = 1$$
$$\Rightarrow\ a_2 = 2$$
$$\Rightarrow\ a_3 = 3$$
$$a_4 = a_3 + a_2 + a_1 = 3 + 2 + 1 \Rightarrow a_4 = 6$$
$$a_5 = a_4 + a_3 + a_2 = 6 + 3 + 2 \Rightarrow a_5 = 11$$
$$a_6 = a_5 + a_4 + a_3 = 11 + 6 + 3 \Rightarrow a_6 = 20$$
$$a_7 = a_6 + a_5 + a_4 = 20 + 11 + 6 \Rightarrow a_7 = 37$$
$$a_8 = a_7 + a_6 + a_5 = 37 + 20 + 11 \Rightarrow a_8 = 68$$
$$\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots$$

Sucesión de Ferenberg

3. MÉTODO DESCRIPTIVO

Cuando se indica una característica común de sus términos o se presentan los primeros términos de la sucesión.

Ejemplos: **i)** 2; 6; 12; 20; 30; ...
Cada término se puede expresar como el producto de 2 número consecutivos.

ii) 1; 4; 9; 16; 25; ...
Cada término es un cuadrado perfecto.

iii) 7; 49; 343; 2 401; 16 807; ...
Cada término es una potencia entera positiva de 7.

NOTA

Hay secuencias que no tienen un término general definido.

Ejemplo: La secuencia de los números primos:
2; 3; 5; 7; 11; 13; ...

SUCESIONES POLINOMIALES

Son aquellas sucesiones cuyo término general está expresado como un polinomio.

1. SUCESIÓN POLINOMIAL DE PRIMER ORDEN, LINEAL O PROGRESIÓN ARITMÉTICA (P.A)

Es una sucesión polinomial de grado uno, es decir el término general es de la forma:

$$a_n = An + B$$

donde A y B son constantes racionales ($A \neq 0$)

Ejemplos: **i)**

a_n	a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; ...
{5n + 3}	8; 13; 18; 23; 28; ...
	+5 +5 +5 +5

(Progresión aritmética creciente)
razón: r = 5

ii)

a_n	a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; ...
{2n - 7}	-5; -3; -1; 1; 3; ...
	+2 +2 +2 +2

(Progresión aritmética creciente)
razón: r = 2

iii)

a_n	a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; ...
{13 - 4n}	9; 5; 1; -3; -7; ...
	-4 -4 -4 -4

(Progresión aritmética decreciente)
razón: r = -4

E&M

DETERMINACIÓN DEL TÉRMINO GENERAL DE UNA PROGRESIÓN ARITMÉTICA (P.A)

Ejemplos:

a_n	a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6; ...
	5; 13; 21; 29; 37; 45; ...
	+8 +8 +8 +8 +8

- **1ra FORMA:**

Por ecuaciones:

Sabemos que: $\boxed{a_n = An + B}$

Si:

$$n = 1 \rightarrow a_1 = A(1) + B \Rightarrow 5 = A + B$$
$$n = 2 \rightarrow a_2 = A(2) + B \quad \underline{13 = 2A + B} \quad \uparrow(-)$$

Resolviendo: $A = 8 \wedge B = -3$

$$\therefore \quad a_n = 8n - 3$$

- **2da FORMA:**

Tomando como referencia el primer término:

$$a_2 = 13 = 5 + 1 \times 8$$
$$a_3 = 21 = 5 + 2 \times 8$$
$$a_4 = 29 = 5 + 3 \times 8$$
$$a_5 = 37 = 5 + 4 \times 8$$
$$a_6 = 45 = 5 + 5 \times 8$$
$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$
$$\therefore \quad a_n = \quad 5 + (n\text{-}1) \times 8$$

En forma general: $\boxed{a_n = a_1 + (n-1)\,r}$

Donde: r = razón de la P.A.

- **3ra FORMA: (Regla Práctica)**

Tomando como referencia al término anterior al primero (a_0)

a_n	a_0; a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6; ...
	-3; 5; 13; 21; 29; 37; 45; ...
	+8 +8 +8 +8 +8 +8 +8

$$a_1 = -3 + 1\times 8$$
$$a_2 = -3 + 2\times 8$$
$$a_3 = -3 + 3\times 8$$
$$a_4 = -3 + 4\times 8$$
$$a_5 = -3 + 5\times 8$$
$$a_6 = -3 + 6\times 8$$
$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$
$$\therefore \quad a_n = -3 + n\times 8$$

En forma general: $\boxed{a_n = a_0 + n\times r}$

Donde: a_0: término anterior al primero

NOTA

Para la resolución de algunos problemas de P.A. usaremos ésta regla práctica por ser la más simple

Ejemplo: Sea la P.A: 11; 15; 19; 23; 27; ...; 147

i) Calculemos el término general de la P.A:

$\{a_n\}$	a_0;	a_1;	a_2;	a_3;	a_4;	a_5;	a_6;	...;	a_n
	7;	11;	15;	19;	23;	27;	31;	...;	147
		4	4	4	4	4	4		

Sabemos: $\boxed{a_n = a_0 + n\times r}$

$$\Rightarrow a_n = r\times n + a_0$$
$$\Rightarrow a_n = 4n + 7$$

ii) Si queremos calcular el término de lugar 11 (a_{11}); reemplacemos en el término general:

$$\Rightarrow a_{11} = 4(11) + 7 \quad \Rightarrow a_{11} = 51$$

iii) Calculemos el vigésimo quinto término (a_{25});

$$\Rightarrow a_{25} = 4(25) + 7 \quad \Rightarrow a_{25} = 107$$

iv) Si queremos calcular el número de términos de la P.A; entonces igualemos el término general con el último término de la P.A.

$$\Rightarrow \underbrace{a_n} = 147$$
$$4n + 7 = 147 \quad \Rightarrow n = 35$$ (significa que la P.A tiene en total 35 términos)

E&M

OBSERVACIONES

1) Del ejemplo anterior, si la P.A tuviera 5 términos:

a_n	a_1; a_2; a_3; a_4; a_5
	11; 15; 19; 23; 27

Como la P.A tiene una cantidad impar de términos entonces hay un término central que se puede calcular como la M.A de los términos equidistantes de los extremos:

Término central:

$$19 = \frac{11+27}{2} = \frac{15+23}{2}$$

$$\Rightarrow a_3 = \frac{a_1 + a_5}{2} = \frac{a_2 + a_4}{2}$$

Además se observa que:

$$\text{Lugar del término central} \rightarrow 3 = \frac{1+5}{2} = \frac{2+4}{2}$$

En general, si una P.A tiene una cantidad impar de términos:

$$\boxed{a_C = \frac{a_1 + a_n}{2}}$$

Donde: a_C: término central de la P.A

También, el lugar que ocupa el término central es:

$$\boxed{\frac{1+n}{2} = \frac{2+(n-1)}{2} = \frac{3+(n-2)}{2} = \ldots}$$

2) Del ejemplo, también observamos que la suma de los términos equidistantes de los extremos es constante:

$$\underbrace{11}_{a_1} + \underbrace{27}_{a_5} = \underbrace{15}_{a_2} + \underbrace{23}_{a_4} = 38$$

En general:

$$\boxed{a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \ldots}$$

2. SUCESIÓN POLINOMIAL DE SEGUNDO ORDEN

Es una sucesión polinomial de grado dos; es decir el término general es de la forma.

$$\boxed{a_n = An^2 + Bn + C}$$

Donde: A; B y C son constantes racionales ($A \neq 0$)

Ejemplos:

i)

a_n	a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6; ...
$\{n^2+3\}$	4; 7; 12; 19; 28; 39; ...
	3 5 7 9 11
	2 2 2 2

Se observa que al tomar las diferencias de dos términos consecutivos de la sucesión de segundo orden; éstas primeras diferencias forman una P.A. Si tomamos las diferencias por segunda vez nos da la razón de esta última P.A

ii)

a_n	a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6; ...
$\{2n^2-n+3\}$	4; 9; 18; 31; 48; 69; ...
	5 9 13 17 21
	4 4 4 4

DETERMINACIÓN DEL TÉRMINO GENERAL DE UNA SUCESIÓN DE SEGUNDO ORDEN

Ejemplo:

a_n	a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6; ...
	12; 26; 46; 72; 104; 142; ...
	14 20 26 32 38
	6 6 6 6

- **1ra FORMA:**

Por ecuaciones:

Sabemos: $\boxed{a_n = An^2 + Bn + C}$

Si: $n = 1 \rightarrow a_1 = A(1)^2 + B(1) + C \Rightarrow 12 = A + B + C$

$n = 2 \rightarrow a_2 = A(2)^2 + B(2) + C \Rightarrow 26 = 4A + 2B + C$ $\overset{(-)}{\Rightarrow} 14 = 3A + B$

$n = 3 \rightarrow a_3 = A(3)^2 + B(3) + C \Rightarrow 46 = 9A + 3B + C$ $\overset{(-)}{\Rightarrow} 20 = 5A + B$

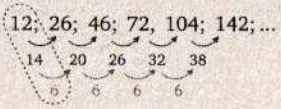
Resolviendo: $A = 3$; $B = 5$ $\wedge$ $C = 4$

$\therefore \quad a_n = 3n^2 + 5n + 4$

E&M

- **2da FORMA:**

Por combinaciones:



$$\Rightarrow \quad a_n = 12\underbrace{C_0^{n-1}} + 14\underbrace{C_1^{n-1}} + 6\underbrace{C_2^{n-1}}$$

$$\Rightarrow \quad a_n = 12\times 1 + 14(n-1) + 6\frac{(n-1)(n-2)}{1\times 2}$$

$$\Rightarrow \quad a_n = 12 + 14n - 14 + 3n^2 - 9n + 6$$

$$\therefore \quad a_n = 3n^2 + 5n + 4$$

Recordando:

Combinaciones

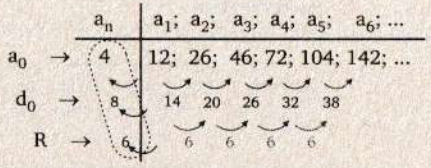
$$C_0^n = 1 \qquad C_1^n = n \qquad C_2^n = \frac{n(n-1)}{1\times 2}$$

NOTA

Por estas dos formas se puede hallar el término general de una sucesión polinomial de cualquier grado.

- **3ra FORMA: (Regla práctica)**

Se busca las diferencias anteriores al primero.



Sabemos: $\boxed{a_n = An^2 + Bn + C}$

$$\Rightarrow \quad A = \frac{R}{2} = \frac{6}{2} \qquad \Rightarrow \quad A = 3$$

$$\Rightarrow \quad B = d_0 - \frac{R}{2} = 8 - \frac{6}{2} \qquad \Rightarrow \quad B = 5$$

$$\Rightarrow \quad C = a_0 \qquad \Rightarrow \quad C = 4$$

$$\therefore \quad a_n = 3n^2 + 5n + 4$$

NOTA

Para los problemas usaremos esta regla práctica por ser la más simple.

En general: $a_0;\ a_1;\ a_2;\ a_3;\ a_4;\ a_5;\ \ldots;\ a_n$

$d_0,\ d_1,\ d_2,\ d_3,\ d_4$

$r,\ r,\ r,\ r$

El término general es de la forma:

$$a_n = An^2 + Bn + C$$

Donde las constantes A, B y C se calculan así:

$$A = \frac{R}{2} \qquad B = d_0 - \frac{R}{2} \qquad C = a_0$$

PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

Es aquella sucesión donde cada término, excepto el primero, se obtiene multiplicando el anterior por un valor constante que se le denomina Razón (q) de la progresión geométrica.

Ejemplos: **i)**

a_n	$a_1;\ a_2;\ a_3;\ a_4;\ a_5;\ \ldots$
	$2;\ 6;\ 18;\ 54;\ 162;\ \ldots$
	$\times 3\ \ \times 3\ \ \times 3\ \ \times 3$

(P. G creciente, $q > 1$)

Se observa que:

$a_1 = 2$

$a_2 = 6 = 2\times 3^1$

$a_3 = 18 = 2\times 3^2$

$a_4 = 54 = 2\times 3^3$

$a_5 = 162 = 2\times 3^4$

$\vdots \qquad \vdots$

$\therefore\ a_n = 2\times 3^{n-1}$

En general, sea la P.G: $a_1;\ a_2;\ a_3;\ a_4;\ a_5;\ \ldots;\ a_n$

$\times q\ \ \times q\ \ \times q\ \ \times q \leftarrow$ razón geométrica

E&M

$$\Rightarrow \boxed{a_n = a_1 \times q^{n-1}}$$

ii) $81;\ 54;\ 36;\ 24;\ 16;\ \ldots$ (P. G decreciente, $0 < q < 1$)

$\times\frac{2}{3}\ \times\frac{2}{3}\ \times\frac{2}{3}\ \times\frac{2}{3}$

iii) $96;\ -48;\ 24;\ -12;\ 6;\ldots$ (P. G oscilante, $q < 0$)

$\times -\frac{1}{2} \times -\frac{1}{2} \times -\frac{1}{2} \times -\frac{1}{2}$

NOTA

1) Ejemplo: Sea la P.G de 5términos:

a_n	$a_1;\ a_2;\ a_3;\ a_4;\ a_5$
	$2;\ 6;\ 18;\ 54;\ 162$

Como la P.G tiene una cantidad impar de términos entonces hay un término central que se puede calcular como la M.G de los términos equidistantes de los extremos:

$$18 = \sqrt{2 \times 162} = \sqrt{6 \times 54}$$
$$\downarrow$$
$$a_3 = \sqrt{a_1 \times a_5} = \sqrt{a_2 \times a_4}$$

Además se observa que: $3 = \frac{1+5}{2} = \frac{2+4}{2}$ (3: Lugar del término central)

En general, si una P.G. tiene una cantidad impar de términos:

$\boxed{a_C = \sqrt{a_1 \times a_n}}$ Donde: a_C: término central de la P.G

También, el lugar que ocupa el término central es:

$$\boxed{\frac{1+n}{2} = \frac{2+(n-1)}{2} = \frac{3+(n-2)}{2} = \ldots}$$

2) Del ejemplo también observamos que el producto de los términos equidistantes de los extremos es constante:

$$\underbrace{2}_{a_1} \times \underbrace{162}_{a_5} = \underbrace{6}_{a_2} \times \underbrace{54}_{a_4} = 324$$

En general: $\boxed{a_1 \times a_n = a_2 \times a_{n-1} = a_3 \times a_{n-2} = \ldots}$

SUCESIÓN ARMÓNICA

Se denomina así a aquella sucesión numérica en la cual se cumple que cada término a partir del segundo es media armónica del término que precede y del término que continua.

Ejemplo 1: $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; .....$

Donde: $a_n = \frac{1}{n} \quad \forall\, n \in \mathbb{N}$

Ademas: $a_2 = \dfrac{2 \times 1 \times \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$

$$a_3 = \frac{2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{1}{3}$$

$$a_4 = \frac{2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{1}{4}$$

y así sucesivamente.

Ejemplo 2: $\frac{2}{3}; \frac{2}{9}; \frac{2}{15}; \frac{2}{21}; \frac{2}{27}; .....$

Donde: $a_n = \dfrac{2}{6n-3} \quad \forall\, n \in \mathbb{N}$

Ademas: $a_2 = \dfrac{2 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{15}}{\frac{2}{3} + \frac{2}{15}} = \frac{2}{9}$

$$a_3 = \frac{2 \times \frac{2}{9} \times \frac{2}{21}}{\frac{2}{9} + \frac{2}{21}} = \frac{2}{15}$$

$$a_4 = \frac{2 \times \frac{2}{15} \times \frac{2}{27}}{\frac{2}{15} + \frac{2}{27}} = \frac{2}{21}$$

y así sucesivamente.

Luego, el término general de una progresión armónica viene dada por la expresión:

$$a_n = \frac{2.a_{n-1} \times a_{n+1}}{a_{n-1} + a_{n+1}}$$

Fórmula de Recurrencia

E&M

SERIE

Se denomina serie a la adición indicada de los términos de una sucesión numérica y su suma expresa el valor de la serie.

Ejemplo:

$$\Rightarrow \begin{array}{c|l} \text{sucesión} & 1;\ 3;\ 4;\ 7;\ 11 \\ \hline \text{serie} & 1+3+4+7+11 \end{array} = \underbrace{26}_{\text{Valor de la serie}}$$

En general:

$$\begin{array}{c|l} \text{sucesión} & a_1;\ a_2;\ a_3;\ \ldots;\ a_n \\ \hline \text{serie} & a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n \end{array} = \underbrace{S}_{\text{Valor de la serie}}$$

NOTA

Para escribir en forma abreviada una serie numérica se utiliza la siguiente notación:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$$

donde Σ : letra griega llamada sigma y denota sumatoria

- La expresión $\sum_{i=1}^{n} a_i$ se lee :

  Sumatoria de los a_i sumandos desde 1 hasta n, entendiéndose que el subíndice i varía desde 1 hasta "n" $(1 \le i \le n)$ donde $i \in \mathbb{Z}^+$

Ejemplos: **i)** La siguiente P.A:

$$\begin{array}{c|l} a_n & a_1;\ a_2;\ a_3;\ a_4;\ a_5;\ \ldots \\ \hline a_0 \rightarrow & 3;\ 8;\ 13;\ 18;\ 23;\ 28;\ \ldots \\ d_0 \rightarrow & \quad 5\quad 5\quad 5\quad 5\quad 5 \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad a_n = 5n + 3 \ ; \ \text{donde: } 1 \le n \le 5$$

La serie es: $\quad 8 + 13 + 18 + 23 + 28 = \sum_{i=1}^{n=5} (5n + 3)$

ii) $\quad \sum_{i=3}^{7} i = 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$

PROPIEDADES

1) Ejemplo:

$$\sum_{i=1}^{4} 7 = 7+7+7+7 = 7\times 4 = 28$$

En general:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} C = C\times n}$$

Donde: C es una constante

2) Ejemplo:

$$\sum_{i=3}^{6} 5i = 5\times 3 + 5\times 4 + 5\times 5 + 5\times 6$$

$$\sum_{i=3}^{6} 5i = \underbrace{5(3+4+5+6)}$$

$$\sum_{i=3}^{6} 5i = 5\times \sum_{i=3}^{6} i$$

En general:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} C\times a_i = C\times \sum_{i=1}^{n} a_i}$$

Donde: C es una constante

3) Ejemplo:

$$\sum_{k=4}^{6} (2^k + k^2) = (2^4+4^2)+(2^5+5^2)+(2^6+6^2)$$

$$\sum_{k=4}^{6} (2^k + k^2) = \underbrace{(2^4+2^5+2^6)} + \underbrace{(4^2+5^2+6^2)}$$

$$\sum_{k=4}^{6} (2^k + k^2) = \sum_{k=4}^{6} 2^k + \sum_{k=4}^{6} k^2$$

En general:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} (a_i \pm b_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i \pm \sum_{i=1}^{n} b_i}$$

4) Ejemplo:

$$\sum_{i=1}^{5} (3^{i+1} - 3^i) = \sum_{i=1}^{5} 3^{i+1} - \sum_{i=1}^{5} 3^i$$

$$\sum_{i=1}^{5} (3^{i+1} - 3^i) = (3^2+3^3+3^4+3^5+3^6) - (3^1+3^2+3^3+3^4+3^5)$$

$$\sum_{i=①}^{⑤} (3^{i+1} - 3^i) = 3^6 - 3^1$$

En general:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} (a_{i+1} - a_i) = a_{n+1} - a_1}$$

(Se le conoce como la propiedad telescópica)

E&M

SUMATORIAS NOTABLES

I. Suma de los "n" primeros números $\mathbb{Z}^+$:

$$\sum_{i=1}^{n} i = 1+2+3+4+...+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

II. Suma de los "n" primeros números pares:

$$\sum_{i=1}^{n} 2i = 2+4+6+8+...+2n = n(n+1)$$

III. Suma de los "n" primeros números impares:

$$\sum_{i=1}^{n} (2i-1) = 1+3+5+7+...+(2n-1) = n^2$$

IV. Suma de los "n" primeros cuadrados perfectos:

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2+2^2+3^2+4^2+...+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

V. Suma de los "n" primeros cubos perfectos:

$$\sum_{i=1}^{n} i^3 = 1^3+2^3+3^3+...+n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

VI. Suma de los "n" primeros productos binarios consecutivos:

$$\sum_{i=1}^{n} i(i+1) = 1\times2+2\times3+3\times4+4\times5+...+n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

VII. Suma de los "n" primeros productos ternarios consecutivos:

$$\sum_{i=1}^{n} i(i+1)(i+2) = 1\times2\times3+2\times3\times4+3\times4\times5+...+n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

SUMA DE TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN ARITMÉTICA (SERIE ARITMÉTICA)

Ejemplo: Sea la P.A de 7 términos:

a_n	a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6; a_7
	13; 19; 25; 31; 37; 43; 49

- **1ra FORMA: (Regla práctica):**

  Calculemos la suma de sus términos:

  También:

$$\left.\begin{aligned} S &= 13+19+25+31+37+43+49 \\ S &= 49+43+37+31+25+19+13 \end{aligned}\right\}(+)$$

$$2S = \underbrace{62+62+62+62+62+62+62}_{7 \text{ sumandos}}$$

$$2S = 62 \times 7$$

$$S = \frac{62 \times 7}{2} = \left(\frac{13 + 49}{2}\right) \times 7 = 217$$

En general, sea la P.A:

$$\underset{r}{a_1};\ \underset{r}{a_2};\ a_3;\ ...;\ a_n$$

$\longrightarrow$ razón de la P.A

Se tiene la serie aritmética:

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$$

El valor de la serie aritmética es:

$$\boxed{S = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) n}$$

Donde: n: número de términos de la P.A.
S: suma de términos de la P.A.

- **2da FORMA:**

Por sumatorias, del ejemplo:

a_n	a_1;	a_2;	a_3;	a_4;	a_5;	a_6;	a_7
a_0 → 7	13;	19;	25;	31;	37;	43;	49
	6	6	6	6	6	6	6

$$a_n = 6n + 7 \ ; \quad 1 \le n \le 7$$

Calculemos la serie aritmética aplicando sumatorias:

$$\sum_{n=1}^{7}(6n + 7) = \sum_{n=1}^{7} 6n + \sum_{n=1}^{7} 7$$

$$\sum_{n=1}^{7}(6n + 7) = 6 \times \sum_{n=1}^{7} n + \sum_{n=1}^{7} 7$$

$$\sum_{n=1}^{7}(6n + 7) = 6(1 + 2 + 3 + ... + 7) + 7 \times 7$$

$$\sum_{n=1}^{7}(6n + 7) = 6\left(\frac{7 \times 8}{2}\right) + 49 = 217$$

SUMA DE TÉRMINOS DE UNA SUCESIÓN DE SEGUNDO ORDEN

Ejemplo: Sea la sucesión de segundo orden:

a_n	a_1;	a_2;	a_3;	a_4;	a_5; ...
	1;	6;	15;	28;	45; ...
	5	9	13	17	
	4	4	4		

E&M

- **1ra FORMA:**
  Por Combinaciones:

$$S_n = 1\times C_1^n + 5\times C_2^n + 4\times C_3^n$$

Calculemos la suma de los 20 primeros términos (n = 20):

$$S_{20} = 1\times C_1^{20} + 5\times C_2^{20} + 4\times C_3^{20}$$

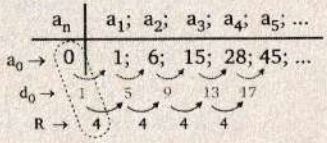
$$S_{20} = 1\times \frac{20}{1} + 5\times \frac{20\times 19}{1\times 2} + 4\times \frac{20\times 19\times 18}{1\times 2\times 3}$$

$$S_{20} = 20 + 950 + 4\,560 = 5\,530$$

NOTA

Por ésta forma se puede hallar la sumatoria de los términos de una sucesión polinómica de cualquier grado.

- **2da FORMA: (Regla práctica)**
  Por sumatorias



$$\Rightarrow \boxed{a_n = An^2 + Bn + C}$$

Donde: $A = \frac{R}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$$B = d_0 - \frac{R}{2} = 1 - 2 = -1$$

$$C = a_0 = 0$$

Reemplazando:

$$a_n = 2n^2 - n$$

Calculemos la suma de los 20 primeros términos (n = 20)

$$\sum_{n=1}^{20}(2n^2 - n) = 2\sum_{n=1}^{20} n^2 - \sum_{n=1}^{20} n$$

$$\sum_{n=1}^{20}(2n^2 - n) = 2\left(1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 20^2\right) - (1 + 2 + 3 + \ldots + 20)$$

$$\sum_{n=1}^{20}(2n^2 - n) = 2\left(\frac{20\times 21\times 41}{6}\right) - \left(\frac{20\times 21}{2}\right) = 5\,530$$

SUMA DE TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA (P.G)

1. SERIE GEOMÉTRICA FINITA

Ejemplo: Sea la P.G de 6 términos:

a_n	a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6
	3; 6; 12; 24; 48; 96

×2 ×2 ×2 ×2 ×2 → razón: q

Calculemos la suma de sus términos.

$$S = 3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96$$

$$S = 3 + 3\times2^1 + 3\times2^2 + 3\times2^3 + 3\times2^4 + 3\times2^5$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2S = 3\times2^1 + 3\times2^2 + 3\times2^3 + 3\times2^4 + 3\times2^5 + 3\times2^6 \quad (-)$$

$$S = 3\times2^6 - 3$$

$$S = 3\left[\frac{2^6-1}{2-1}\right] \rightarrow S = 189$$

En general; sea la P. G:

$$a_1;\ a_2;\ a_3;\ ...;\ a_n$$

q q ⟶ razón de la P. G.

Se tiene la serie geométrica:

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$$

El valor de la serie geométrica es:

$$\boxed{S = a_1\left[\frac{q^n-1}{q-1}\right]}$$

Donde: n: número de términos de la P. G.
S : Suma de términos de la P. G.

2. SERIE GEOMÉTRICA DECRECIENTE DE INFINITOS TÉRMINOS (0 < q < 1)

Ejemplo: Sea la P. G de infinitos términos:

	a_1 ; a_2 ; a_3 ; a_4 ; a_5; ....
	36 ; 12 ; 4 ; $\frac{4}{3}$; $\frac{4}{9}$; ....

$\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{3}$ → $q=\frac{1}{3}$

Calculemos la suma de sus infinitos términos:

$$S = 36 + 12 + 4 + \frac{4}{3} + \frac{4}{9} + ...$$

$$\xrightarrow{\times\frac{1}{3}} \frac{1}{3}S = 12 + 4 + \frac{4}{3} + \frac{4}{9} + \frac{4}{27} + ... \quad (-)$$

E&M

$$\Rightarrow \left(1-\frac{1}{3}\right)S = 36$$

$$S = \frac{36}{1-\frac{1}{3}} \rightarrow S = 54$$

Se observa: $\boxed{S = \frac{a_1}{1-q}}$

Donde:
- S: Suma límite de los términos de una P.G.
- q: Razón geométrica $(0 < q < 1)$

DETERMINACIÓN DE LA CANTIDAD DE CIFRAS USADAS EN UNA SUCESIÓN NATURAL

Ejemplo (1): ¿Cuántas cifras se usan al numerar un libro de 79 páginas?

Resolución: Al numerar las páginas de un libro se cuentan a partir de la página: 1; 2; 3; ..., entonces:

Páginas: $\underbrace{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ ...;\ 9}_{\text{9 páginas de 1 cifra}};\ \underbrace{10;\ 11;\ 12;\ ...;\ 79}_{\text{70 páginas de 2 cifras}}$

$9 \times 1 = 9$ cifras $\quad 70 \times 2 = 140$ cifras

$$\begin{pmatrix}\text{cantidad}\\ \text{de cifras}\end{pmatrix} = 9 + 140 = 149$$

Otra forma: Ubiquemos las páginas verticalmente:

$$\left.\begin{array}{l} **\\ *1\\ *2\\ *3\\ \vdots\\ *9\\ 10\\ 11\\ 12\\ \vdots\\ 79 \end{array}\right\}$$

Si: $*$: 1 cifra

Entonces habrían 80 páginas de 2 cifras

Es el número de "$*$" que se contabiliza

$$\begin{pmatrix}\text{cantidad}\\ \text{de cifras}\end{pmatrix} = (79+1)2 - 11 = 149$$

Ejemplo (2): ¿Cuántas cifras se usan al numerar un libro de 538 páginas?

Resolución: Páginas: $\underbrace{1; 2; 3; 4; \ldots; 9}$; $\underbrace{10; 11; 12; \ldots; 99}$; $\underbrace{100; 101; 102; \ldots; 538}$

9 páginas de 1 cifra — 90 páginas de 2 cifras — 439 páginas de 3 cifras

$9\times1=9$ cifras $\quad 90\times2=180$ cifras $\quad 439\times3=1317$ cifras

$$\begin{pmatrix}\text{cantidad}\\ \text{de cifras}\end{pmatrix} = 9 + 180 + 1317 = 1506$$

Otra forma: Ubiquemos las páginas verticalmente:

$$\left.\begin{array}{c} *\,*\,* \\ *\,*\,1 \\ *\,*\,2 \\ *\,*\,3 \\ \vdots\ \vdots\ \vdots \\ *\,*\,9 \\ *\,1\,0 \\ *\,1\,1 \\ *\,1\,2 \\ \vdots\ \ \vdots \\ *\,9\,9 \\ 1\,0\,0 \\ 1\,0\,1 \\ 1\,0\,2 \\ \vdots \\ 5\,3\,8 \end{array}\right\}$$

Si: $*$: 1 cifra

Entonces habrían 539 páginas de 3 cifras

Es el número de "$*$" que se contabiliza

$$\begin{pmatrix}\text{cantidad}\\ \text{de cifras}\end{pmatrix} = (538+1)3 - 111 = 1506$$

En general: Sea la sucesión natural:

$$1;\ 2;\ 3;\ \ldots;\ N$$

Donde: N : número de la última página con "k" cifras

Si queremos calcular la cantidad de cifras (C_C) usadas al escribir dicha sucesión natural:

$$C_C = (N+1)k - \underbrace{111\ldots1}_{\text{"k" cifras}}$$

E&M

NOTAS

i) (cifra) < > $\begin{pmatrix}\text{tipo de}\\ \text{imprenta}\end{pmatrix}$ < > (dígito)

ii) (1 hoja) <> (2 páginas)

iii) También podemos calcular la cantidad de cifras usadas en otros sistemas de numeración (en dicho conteo no se considera la base)

Sea la sucesión natural en base "b":

$$1;\ 2;\ 3;\ \ldots;\ N_{(b)}$$

$$C_C = \left[N_{(b)} + 1\right]k - \underbrace{111\ldots1}_{\text{"k" cifras}}{}_{(b)}$$

Ejemplo (3): ¿Cuántas cifras se usan al numerar un libro de 538 páginas en base 8?

Resolución: Expresemos 538 en base 8:

538 | 8
② 67 | 8
③ 8 | 8
0 ①

$583 = 1032_{(8)}$

Al numerar las páginas del libro en base 8:

Páginas: $1_{(8)};\ 2_{(8)};\ 3_{(8)};\ \ldots;\ 1032_{(8)}$ $\begin{cases} N = 1032_{(8)} \\ k = 4 \end{cases}$

$$C_C = \left[\underbrace{1032_{(8)}}_{} + 1\right]4 - \underbrace{1111_{(8)}}_{}$$

$$C_C = [\ 538\ +\ 1\ ]4 - \ 585$$

$$\therefore\ C_C = 1571$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Calcular el valor de $\overline{ana}$ en:

$\overline{2a}+\overline{3a}+\overline{4a}+....+\overline{9a}+\overline{10a}=\overline{ana}$

y dé como respuesta la suma de sus cifras.

A) 18 B) 10 C) 20
D) 15 E) 13

2. Si: $a+b+c=14_7$

Calcule:

$\overline{4a5}_7+\overline{abc}_7+\overline{bca}_7+\overline{c3b}_7$

A) 2322_7 B) 2432_7 C) 2323_7
D) 3232_7 E) 3134_7

3. ¿Cuál es la diferencia de una sustracción cuya suma de términos sea 8480; sabiendo además que el sustraendo es la cuarta parte del minuendo?

A) 3000 B) 3 120 C) 220
D) 1 060 E) 3 180

4. Si al minuendo y sustraendo de una sustracción se les resta a y b, respectivamente, siendo a>b, entonces la diferencia:

A) Aumenta en a – b
B) No varia
C) Disminuye en a – b
D) Aumenta en b – a
E) Disminuye en a + b

5. Si: $\overline{abc}-\overline{xy5}=\overline{cba}$, además:

$a+b+c=22$; calcule $(a.b)-c$

A) 66 B) 77 C) 99
D) 55 E) 88

6. Sabiendo que:

$$\overline{abc}-\overline{cba}=\overline{xyz}$$
$$\overline{pqr}_8-\overline{rqp}_8=\overline{nms}_8$$

calcule: $x+y+z+n+m+s$

A) 36 B) 34 C) 32
D) 38 E) 30

7. Si se cumple que:

$\overline{1ab}.\ CA\ \overline{(ab)}=7296$

calcule $(2a-3b)$

A) 4 B) 1 C) 3
D) 0 E) 2

8. Si: $C.A(\overline{dbc})=\overline{\left(\frac{7}{9}a\right)(2b)(4c)}$

calcule: $a+b+c+d$

A) 12 B) 14 C) 15
D) 16 E) 17

9. La suma de los complementos aritméticos de los números:

$\overline{1n2}$; $\overline{2n3}$; $\overline{3n4}$; ..... ; $\overline{8n9}$

es 4 196. calcule "n"

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

E&M

10. Si al multiplicando de una multiplicación se le disminuye en 4 unidades, el producto disminuye en 40. Si por el contrario se agrega al multiplicador 8 unidades, el producto se incrementa en 160. ¿Cuál habrá sido el producto inicial?

A) 160 B) 180 C) 240
D) 200 E) 300

11. Determine el número que al ser multiplicado por 437, se obtiene 8 750 como suma de sus productos parciales.

A) 712 B) 650 C) 648
D) 722 E) 625

12. Si:
$19.\overline{abc} = ...541$
$13.\overline{abc} = ...107$

calcule la suma de las tres últimas cifras del producto $12.\overline{abc}$

A) 16 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22

13. Sabiendo que:
$\overline{abcd}.999 = ...0264$
calcule: $a + b + c + d$

A) 22 B) 21 C) 6
D) 19 E) 18

14. Si: $\overline{abc}.\overline{cb3} = ...262$
El valor de la cifra "a" es:

A) 1 B) 2 C) 14
D) 6 E) 9

15. En una división al residuo le falta 18 unidades para ser máximo, pero al quitarle 10 unidades sería mínimo. Calcule el dividendo, si el cociente es el triple del resto.

A) 1 001 B) 2 004 C) 1 004
D) 2 001 E) 2 005

16. En una división inexacta el resto por defecto es el doble del cociente por exceso y el resto por exceso es el doble del cociente pro defecto. Calcule el dividendo, sabiendo que el divisor es 62.

A) 872 B) 980 C) 916
D) 890 E) 962

17. Determine el dividendo de una división inexacta de números enteros, donde el divisor es 50 y la diferencia del residuo por exceso y por defecto es 18. Si la suma de los cocientes por defecto y por exceso es 49.

A) 1 226 B) 1 224 C) 1 230
D) 1 240 E) 1 216

18. El primer y último término de una P. A son $\overline{mn}$ y $\overline{42m}$ respectivamente. Si la razón es "m" y el número de términos es 51. Halle el término vigésimo octavo.

A) 185 B) 248 C) 266
D) 308 E) 268

19. Calcule la suma de todos los términos de la siguiente sucesión aritmética:
$32_{(n)} + 40_{(n)} + 46_{(n)} + ... + 200_{(n)}$

A) 1 386 B) 1 456 C) 1 592
D) 1 620 E) 1 724

20. Calcular el valor de S, si:
$S = 5 + 8 + 13 + 20 + 29 + ... + 229.$
Dé como respuesta la cifra de mayor orden de S

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1 592

21. Calcule el valor de S, si:
$S = 4\times1 + 9\times2 + 16\times3 + ... + 400\times19$

A) 40 000 B)41 2301 C) 42 500
D) 45 000 E) 43 000

22. En la numeración de las $\overline{1abc}$ páginas de un libro se han empleado $\overline{4abc}$ tipos de imprenta. calcule: a + b + c.

A) 17 B)18 C) 20
D) 15 E) 14

23. Halle: x + y + a; si:
$\overline{a1x} + \overline{a2x} + \overline{a3x} + ... + \overline{a7x} = \overline{38y1}$

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E)10

24. Si:
$\overline{1a}_8 + \overline{2a}_8 + \overline{3a}_8 + ... + \overline{12a}_8 = \overline{aa40}_5$
Calcule "a"

A) 2 B) 4 C) 1
D) 3 E) 6

25. Si: $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{dd} = \overline{(c-1)dd}$
Halle: a x c + b

A) 10 B) 15 C) 20
D) 8 E) 11

26. ¿Cuál es el valor de $\overline{PARA}$, si se cumple que:

$\overline{RAU} + \overline{5RU} + \overline{E68} = \overline{PERU}$?

A) 1343 B)1232 C) 1343
D) 1333 E) 3413

27. Halle las últimas cuatro cifras del resultado de efectuar la siguiente adición:
$S = 7 + 77 + 777 + ...(60 \text{ sumandos})$

A) 4050 B) 4150 C) 4250
D) 4350 E) 4450

28. Calcule la suma de todos los números de la forma:

$$\overline{n(2n-1)m\left(\frac{m}{2}\right)a\left(\frac{a}{3}\right)}.$$

Dé como respuesta la suma de sus cifras.

A) 35 B) 36 C) 38
D) 40 E) 29

E&M

29. Si en una operación de sustracción al minuendo se le aumentan 25 decenas y al sustraendo se le quita 4 centenas, se puede afirmar que la diferencia aumenta:

A) 600 B) 610 C) 620
D) 640 E) 650

30. En una operación de sustracción, el minuendo es el séxtuplo del sustraendo. Si la diferencia menos el sustraendo es igual a 244; entonces, la suma de las cifras del minuendo es:

A) 13 B)14 C) 15
D)16 E) 17

31. La diferencia de dos números de 3 cifras cada uno es 819. Si se invierte el orden de las cifras del sustraendo, la diferencia es ahora 126. Halle el minuendo si las cifras del minuendo y el sustraendo suman 33.

A) 872 B)8911 C) 927
D) 957 E) 982

32. Si: $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mp6}$ y $\overline{abc} + \overline{cba} = \overline{x33n}$. Halle: $a + b + c$

A) 10 B) 13 C) 15
D) 18 E) 20

33. Al dividir $\overline{abcd}$ entre $\overline{ba}$ se obtiene por ciente 175 y por residuo $\overline{cd}$. calcule el menor valor de $\overline{abcd}$. Dé como respuesta la suma de sus cifras.

A) 128 B) 135 C) 126
D) 143 E) 137

34. En una división inexacta el resto por exceso excede en 2 unidades al resto por defecto y le falta 4 unidades para ser igual al cociente por defecto. Si el divisor es 12, determine el dividendo.

A) 6 B) 12 C) 15
D) 20 E) 18

35. La suma de los términos de una división inexacta es 427. Se multiplica el dividendo y el divisor por 5 y se realiza nuevamente la operación, la suma de términos es ahora 2043. Calcule la suma de cifras del cociente.

A) 3 B)4 C)5
D) 6 E) 7

36. En una división inexacta realizada por defecto y por exceso, al resto por exceso le falta "n" unidades para ser igual al resto por defecto; al resto por defecto le falta "2n" unidades para ser igual al divisor, mientras que al divisor le falta "3n" unidades para ser igual al cociente por defecto. Si al cociente por defecto le falta 1410 unidades para ser igual al dividendo, halle "n"

A) 4 B)5 C)6
D) 7 E)8

37. Si cada * representa una cifra no necesariamente igual a las otras, halle el valor de $a + b + c + d$ en:

$$\begin{array}{r|l} \overline{7\,a\,b} & 14 \\ \hline 7\,* & \overline{c\,d} \\ \hline 9\,* & \\ *\,* & \\ \hline 9 & \end{array}$$

A)21 B)12 C)11
D)23 E) 18

38. Al dividir k y 16k por L se obtiene como residuo 6 y 19 respectivamente. Calcule el residuo al dividir 240k por L.

A) 43 B)417 C) 37
D) 21 E) 29

39. ¿ Qué lugares ocupan los dos términos consecutivos, de la siguiente P. A. , cuya diferencia de cuadrados es 525:
2; 5; 8; 11.....?

A) 20 Y 21 B) 47 Y 48 C)39 Y 40
D) 35 Y 25 E) 29 Y 30

40. Dada la progresión: 8; 21; 34; 47; .....
¿Cuántos términos están comprendidos entre 300 y 500?

A) 16 B) 15 C) 14
D) 13 E) 12

41. Halle la suma de los $\overline{2a}$ términos de la siguiente sucesión:
$\overline{a24}; \overline{a26}; \overline{a28}; ....\overline{a78}$

A) 20277 B) 15428 C) 23828
D) 18228 E)21628

42 Sabiendo que:
$\overline{abcd} = 24_{(8)}+30_{(8)}+34_{(8)}+.....$
(45 sumandos)
Halle: a + b + c + d

A) 17 B) 18 C) 19
D) 21 E) 20

43. Halle "S", si: $S = 1\times100 + 2\times99 + 3\times98 + ...+50\times51$

A) 95950 B) 128775 C) 42925
D) 85850 E) 95850

44. Si "n" es un número entero positivo, el valor de la suma:
$3 + 33 + 333 + .. + \underbrace{3 ..... 3}_{\text{n cifras}}$

A) $\frac{10^n - 9n - 10}{27}$

B) $\frac{10^{n+1} + 9n - 10}{27}$

C) $\frac{10^{n+1} - 9n - 10}{27}$

D) $\frac{10^{n+1} + 9n + 10}{27}$

E) $\frac{10^{n+1} - 9n + 10}{27}$

45. ¿Cuántas cifras como máximo y como mínimo tiene $E = \frac{A^3 \times B^2}{C}$;
si A × B tiene 20 cifras y B × C tiene 15 cifras.

A) 44 y 43 B) 45 y 44 C) 46 y 44
D) 48 y 45 E) 46 y 43

46. Al enumerar un libro por páginas se utilizan 201 tipos mas que numerándolos por hoja. ¿Cuántas paginas tiene el libro?

A)120 B)145 C) 152
D) 150 E) 161

E&M

47. El producto de un número de 3 cifras por su complemento aritmético es 12831. La suma de cifras de dicho número es:

A) 18 B) 24 C) 30
D) 22 E) 16

48. Halle: a + b, sabiendo que:
$CA(\overline{ab}) + CA(\overline{abab}) = 3674$

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 7

49. ¿Cuál es el CA de:
$(30.10^{n+1} + 28.10^{n-1})$? Dé como respuesta la suma de sus cifras

A) 36 B) 27 C) 31
D) 24 E) 21

50. Si: $CA(\overline{1a}) + CA[2(\overline{a1})] + CA[2(\overline{a1a})] = 9284$, halle el valor de "a".

A) 3 B) 4 C) 6
D) 7 E) 8

51. En una sustracción se cumple que todos sus términos son de 2 cifras; y que la diferencia es el C. A. del minuendo, y el sustraendo es el C. A. de la diferencia del minuendo y de la diferencia de la resta, hallar la suma de los términos.

A) 100 B) 120 C)145
D) 150 E) 90

52. La suma de las cifras de la diferencia de $\overline{abcd}_{(n)} - \overline{dcba}_{(n)}$ es 24. ¿Cuál es el valor de "n", sabiendo que: a > d y c < b?

A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15

53. En una multiplicación, si el multiplicando aumentara en 5 unidades, el producto aumentaría en 120; pero si el multiplicador disminuyera en 4 unidades, el producto disminuiría en 180. Indique el producto.

A) 900 B) 960 C) 1080
D) 1260 E) 1320

54. Al multiplicar un número por 38 se observa que uno de los productos parciales excede al otro en 22655 unidades. ¿Cuál es la suma de cifras de dicho número?

A) 16 B) 15 C) 14
D) 13 E) 12

55. El multiplicando de una multiplicación es un número formado por 1997 veces la cifra 8 y el multiplicador es un número formado por 1997 veces la cifra 5, siendo el producto igual a P. Indique la suma de cifras de multiplicar a P por 9.

A) 18 108 B) 17 973 C) 17 991
D) 19 800 E) 17 108

56. Si $\overline{VACA} \times T = 8211$
$\overline{VACA} \times R = 19159$; SI: 0 = cero
calcule $\overline{TORO} \times \overline{VACA}$ y dé la suma de sus sus cifras:

A) 27 B) 28 C) 26
D) 29 E) 30

57. Si N × 7 = ... 241, ¿cuál es la suma de las tres últimas cifras de N × 3?

A) 16 B) 17 C) 18
D) 19 E) 30

58. Sabiendo que:
$\overline{abcd} \times 99 = \overline{ef1228}$.
Halle: $a+b+c+c+d+e+f$

A) 38 B) 35 C) 39
D) 36 E) 37

59. Si $555_{(6)} \times \overline{abc}_{(6)} = ...143_{(6)}$, halle el valor de $(a+b-c)$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 0

60. En la siguiente multiplicación cada cuadradito representa un dígito. Halle la suma de las cifras del multiplicando.

□□□□×
78
□□2□□
□□7□8
□0 96 52

A) 18 B) 17 C) 102
D) 103 E) 104

61. En una división inexacta el divisor es 29 y el residuo es 8. Halle la suma del menor y mayor número que se le debe restar al dividendo para que el cociente disminuya en 2 unidades.

A) 100 B) 101 C) 102
D) 103 E) 104

62. En una división inexacta donde el dividendo está comprendido entre 1200 y 1300, el divisor es 91. Si el residuo por defecto excede al residuo por exceso en 43 unidades. Halle el dividendo.

A) 1230 B) 1240 C) 1250
D 1245 E) 1260

63. Todas las palabras en la siguiente operación de adición, representan números en el sistema de numeración debase ocho. Además letras diferentes son cifras diferentes; letras iguales son cifras iguales. Ninguna letra vale cero y E = 1; $\overline{UNI} + \overline{PRE} + \overline{UNI} = \overline{PERU}$
El máximo valor de: P + E + R + U es:

A) 9 B) 10 C) 15
D) 16 E) 18

64. Calcule la suma de todos los numerales de la forma:
$\overline{a(a-3)(2b)(b+1)(c/3)}$.
Dé como respuesta la suma de cifras del resultado.

A) 19 B) 20 C) 22
D) 21 E) 24

65. Se tiene una lista de todos los números capicúas de tres cifras, se tachan dos de ellos y se obtiene que la suma de los restantes es 48259. Halle el menor valor que puede tener uno de los números tachados?

A) 121 B) 181 C) 202
D) 232 E) 242

66. Halle la suma de todos los números capicúas de 3 cifras que se pueden formar con las cifras: 0, 1, 3, 6, 7 y 9.

A) 14550 B) 14690 C) 16056
D) 16956 E) 17056

E&M

67. Halle la suma de las cifras del resultado
$S = 66666667 + 66666676 + \ldots + 76666666$

A) 15 B) 25 C) 36
D) 41 E) 49

68. Halle un número de 3 cifras, tal que si se le suma el número que resulta de invertir el orden de sus cifras resulta un número capicúa de 3 cifras; además la diferencia de los mismos resulta otro número capicúa pero de 2 cifras. Se sabe además que la cifra de unidades de ambos números capicúas son iguales. Indique la suma de cifras del número inicial.

A) 11 B) 12 C)13
D) 41 E)49

69. Si: $\overline{abc}_n + 72 = \overline{cba}_n$
además: $\overline{abc}_n + \overline{cba}_n = \overline{mp2q}_n$;
calcule: $a+b+c+m+n+q+p$.

A) 13 B) 17 C) 14
D) 16 E)15

70. Si $\overline{abcd}_{(6)} - \overline{cdab}_{(6)} = \overline{mnpq}_{(6)}$, donde $a-c=2$ y $b-d=1$.
Calcule: $m+n+p+q$

A) 8 B) 9 C)10
D) 12 E) 15

71. Con tres cifras que suman 19 se forma un número de tres cifras de tal manera que su complemento aritmético sea otro número de tres cifras pero consecutivas crecientes. Halle la cifra de segundo orden del número.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

72. Si se cumple la siguiente igualdad: $CA[\overline{1a}] + CA[2(\overline{a1})] + CA[2(\overline{a1a})] = 9507$. Halle "a".

A) 3 B) 4 C) 6
D) 7 E) 8

73. Si el CA del numeral $\overline{(a+1)bacdb}_9$ es un numeral de 4 cifras iguales del sistema senario que al ser expresado en base 10 termina en cifra 6, calcule: $CA(\overline{cd}) - CA(\overline{ba})$

A) 36 B) 24 C) 42
D) 12 E) 51

74. Al sumar los complementos aritméticos de $\overline{ab}$; $\overline{abab}$ y $\overline{ababab}$ se obtiene 734619. Calcule:
$\underbrace{CA(\ldots\ldots CA}_{b \text{ veces}}((a+b)(b-a)ab)\ldots\ldots)$

A) 327 B)473 C) 487
D)516 E) 527

75. Disminuyendo en 5 unidades a los términos de una multiplicación, el producto disminuye en 245. Halle los factores, si la diferencia de ellos es 36. Dé como respuesta el cociente entre el mayor y el menor.

A) 4 B)5 C) 6
D) 7 E) 8

76. Calcule la suma de cifras de la multiplicación $\overline{a(a+1)}_6 \times \overline{(a+2)(a+3)}_6$ si la diferencia de los productos parciales es impar.

A) 9 B) 5 C) 12
D) 6 E) 10

77. En la multiplicación:
$\overline{4b} \times \overline{cde} = \overline{m6p2}$ se utiliza una vez las nueve cifras significativas. Calcule la suma de los productos parciales.

A) 690 B) 967 C) 1908
D) 720 E) 745

78. Si $\overline{abc}_{(9)} \times 888_{(9)} = 204_{(9)}$. Calcule el valor de (a + b + c).

A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

79. Al residuo de una división le faltan 8 unidades para ser máximo. Si se suma 6416 unidades al dividendo, y se realiza nuevamente la división el cociente aumenta en 89 y el residuo es máximo. ¿ Cuál es el divisor?

A) 45 B) 58 C) 72
D) 81 E) 90

80. En una división entera inexacta, el resto es 13. Si al dividendo se le multiplica por 4 y al divisor por 2 entonces en la nueva división el resto es 16. ¿ Cuál es el divisor original?

A) 17 B) 18 C) 19
D) 20 E) 21

81. Si se sabe que la diferencia entre la máxima y mínima cantidad que se puede aumentar al dividendo de una división inexacta para que el cociente aumente en 15 y 12, respectivamente, es 461. Halle el divisor de dicha división.

A) 35 B) 33 C) 37
D) 40 E) 55

82. Luego de reconstruir la operación

$$\begin{array}{r|l} _3_4_ & 38 \\ \hline --4 & \\ \hline 3-- & \\ \hline --4 & \\ \hline 24 & \end{array}$$

determine la suma de las cifras del dividendo

A) 18 B) 28 C) 21
D) 23 E) 24

83. Al dividir un número de 3 cifras entre su complemento aritmético se obtiene como cociente 2 y cierto residuo. Halle la suma del mayor y menor número de 3 cifras que cumple ésta condición.

A) 14133 B) 1414 C) 1415
D) 1416 E) 1417

84. Al dividir 2537 entre $\overline{ab}$ (a < b), se obtiene como cociente el CA del divisor y un residuo máximo. Calcule $a \times b$.

A) 20 B) 15 C) 28
D) 18 E) 30

85. Dada la sucesión lineal:

$$\underbrace{\overline{ab};\ \overline{c0};\ \overline{ca};\ \overline{de};\ \overline{x0x};\ ....;\ \overline{a0b}}_{\text{n términos}}$$

Calcule: a + b + c + x + n.

A) 108 B) 116 C) 105
D) 110 E) 91

E&M

86. Dada las siguientes progresiones aritméticas:
2, 9, 16, 23, 30,.....
4, 7, 10, 13, 16,.....
Calcule el tercer término común.

A) 108 B)1164 C) 105
D) 110 E) 91

87. ¿ Cuántos términos tiene la siguiente progresión aritmética?
$\overline{ab}_{(x)}; \overline{ba}_{(x+1)}; 88_{(x+2)}; ....; \overline{64(x+1)}_9$

A) 15 B)18 C) 20
D) 24 E) 25

88. Calcule el valor de:

$$S = \underbrace{31+341+3441+34441+.....}_{\text{n sumandos}}$$

A) $\frac{31}{9}\left[10^{n+1}-9n-10\right]$

B) $\frac{31}{81}\left[10^{n+1}-9n-10\right]$

C) $\frac{31}{81}\left[10^{n+1}-9n+10\right]$

D) $\frac{31}{9}\left[10^{n+1}+9n-10\right]$

E) $\frac{31}{81}\left[10^{n+1}+9n+10\right]$

89. ¿Cuántas cifras 5 se emplearán en total al enumerar un libro de 600 páginas?

A) 200 B)2404 C) 220
D) 120 E)180

90. En la enumeración de las últimas 272 páginas de un libro se ha utilizado 841 cifras.¿Cuántas veces se ha utilizado a la cifra 4 en total?

A) 236 B)296 C) 298
D) 300 E) 303

91. En la escritura de los números naturales ¿Qué cifra ocupa el lugar 2009?

A) 0 B)1 C)2
D) 7 E)9

92. Sea:
$S = 2 + 8 + 16 + 26 + 38 + ... = 530$,
¿Cuántos términos tiene "S"?

A) 8 B) 9 C)10
D) 7 E) 9

93. Calcule el valor de la siguiente suma.
$M = 15\times18+18\times21+21\times24+....+60\times63$
Dé como respuesta la suma de cifras del resultado.

A) 11 B)15 C)10
D) 11 E)18

94. Dada la sucesión:
$\overline{abc}^{67}; \overline{abc}^{68}; ....; \overline{abc}^{xyz}$. Si desde el 1 hasta el $\overline{xyz}$ se han utilizado 927 cifras; entonces la cantidad total de cifras que se han utilizado en la escritura de todos los términos de la sucesión es:

A) 1640 B)1641 C) 1642
D) 1643 E)1644

95. Si A × B tiene 20 cifras, B × C 16 cifras y $E = \frac{A^3 \times B^2}{C}$, calcule la suma de la mayor y la menor cantidad de cifras q u e puede tener E. Dé como respuesta la suma de cifras del resultado.

A) 84 B)86 C)87
D)88 E)89

96 Si A posee 4 cifras en el sistema duodecimal, calcule la suma de la mínima y máxima cantidad de cifras que puede tener A^3 al expresarlo en el sistema senario.

A) 30 B)31 C) 32
D) 26 E) 28

97. Cada día del mes de febrero del año 2010, Pepe ahorró una cantidad de dinero igual al producto del número que representa el día en que se encuentra por la cantidad de días que faltan para acabar dicho mes.¿cuánto ahorró en febrero?

A) 3654 B)3664 C) 3854
D) 3864 E) 3954

98. Para construir una maqueta de una pirámide de la cultura Maya (base cuadrangular), Diego utilizó cubitos de madera de 2 cm de arista. Si la pirámide tiene una altura de 60 cm. ¿cuántos cubitos se utilizó en dicha construcción?

A) 6455 B)7455 C)8455
D) 9455 E) 10455

99. Tres personas: A B C juegan 3 partidos con la condición que el perdedor de la primera y segunda partida les dará a los otros dos el 20% de lo que tienen en ese momento, el que pierde la tercera partida, les dará a los otros dos el 25% de lo que tienen, pierden en orden alfabético. Si al finalizar los 3 partidos, A tiene S/. 2400, B tiene S/. 1160 y C tiene S/. 440, ¿Cuál fue el tanto por ciento de ganancia de la persona que ganó?

A) 15% B) 20% C) 22,5%
D) 25% E) 27%

100. Un conejo da 5 saltos mientras que un perro que lo persigue da 4; pero 8 saltos de éste equivalen a 11 de aquel. Si el conejo lleva 66 saltos suyos de ventaja ¿Cuántos saltos dará el perro para alcanzar al conejo?

A) 516 B)520 C) 524
D) 528 E) 532

E&M

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Resolución 1:

Tenemos: $\underbrace{\overline{2a}+\overline{3a}+\overline{4a}+.....+\overline{9a}+\overline{10a}}_{9\text{ sumandos}}=\overline{ana}$

Ordenando:

$$\begin{array}{r}\overline{2a}+\\ \overline{3a}\\ \vdots\\ \overline{9a}\\ \overline{10a}\\ \hline \overline{ana}\end{array}$$

En las unidades: $\underbrace{a+a+a+....+a}_{9\text{veces}}=\overline{.....a}=45$ (pone 5, lleva 4)

Solo $a=5$

En las decenas: $\boxed{4}+2+3+....+9+0=48$ (pone 8, lleva 4)

se llevó $\boxed{n=8}$

Luego: $\overline{ana}=585$

$\therefore\ 5+8+5=18$

Rpta.: A

Resolución 2:

Dato: $a+b+c=14_7=1\times 7+4=11$

Ordenando los sumandos:

$$\begin{array}{r}\overline{2\,2\,2}\\ \overline{4\,a\,5}_7\\ \overline{a\,b\,c}_7\\ \overline{5\,c\,a}_7\\ \overline{c\,3\,b}_7\\ \hline 2\,3\,2\,2_7\end{array}+$$

ORDEN 1: $5+\underbrace{c+a+b}_{11}=16=22_7$

ORDEN 2: $\boxed{2}+\underbrace{a+b+c}_{11}+3=16=22_7$

ORDEN 3: $\boxed{2}+4+\underbrace{a+b+c}_{11}=17=23_7$

$\therefore$ La suma es 2322_7

Rpta.: A

Resolución 3: Tenemos: $\underbrace{M + S + D} = 8480$

$2M = 8480 \rightarrow M = 4240$

$\rightarrow S + D = 4240$

Ademas: $S = \frac{1}{4}(4240) \rightarrow S = 1060$

$\rightarrow 1060 + D = 4240$

$\therefore D = 3180$

Rpta.: E

Resolución 4: Tenemos: $M - S = D$

Al minuendo se le resta "a" y al sustraendo se le resta "b" $(a > b)$

$\rightarrow (M-a)-(S-b) = M - S - a + b = D - (a - b)$

$\therefore$ La diferencia disminuye en $(a - b)$

Rpta.: C

Resolución 5: Se tiene: $\overline{abc} - \overline{xy5} = \overline{cba} \wedge a + b + c = 22$

$\rightarrow \overline{abc} - \overline{cba} = \overline{xy5}$

Se cumple: $\boxed{y = 9} \wedge x + 5 = 9 \rightarrow \boxed{x = 4}$

Tambien: $a - c = x + 1$

$\rightarrow a - c = 5 \wedge a + b + c = 22$

$\downarrow \ \downarrow \qquad \downarrow \ \downarrow \ \downarrow$

$9 \quad 4 \qquad 9 \quad 9 \quad 4$

$\therefore (a \,.\, b) - c = (9 \times 9) - 4 = 77$

Rpta.: B

Resolución 6: Dato: $\underbrace{\overline{abc} - \overline{cba}} = \overline{xyz}$

Se cumple: $y = 9 \wedge x + z + 9 \rightarrow x + y + z = 18$

Además: $\overline{pqr}_8 - \overline{rqp}_8 = \overline{nms}_8$

Se cumple: $m = 7 \wedge n + s = 7 \rightarrow m + n + s = 14$

$\therefore x + y + z + n + m + s = 18 + 14 = 32$

Rpta.: C

E&M

Resolución 7: Tenemos: $\overline{1ab} \times CA(\overline{ab}) = 7296$

$$\rightarrow \underbrace{(100 + \overline{ab}) \times (100 - \overline{ab})}_{100^2 - \overline{ab}^2} = 7296$$

$$\rightarrow 10000 - 7296 = \overline{ab}^2 \rightarrow \overline{ab}^2 = 2704 \rightarrow \overline{ab} = 52$$

$$\rightarrow a = 5 \text{ y } b = 2$$

$$\therefore 2a - 3b = 2 \times 5 - 3 \times 2 = 4$$

Rpta.: A

Resolución 8: Se tiene: $CA\overset{9\ 9\ 10}{(\overline{d\ b\ c})} = \overline{\left(\frac{7}{9}a\right)(2b)(4c)}$

Aplicando la forma práctica para hallar el CA

$$\rightarrow 10 - c = 4c \rightarrow c = 2$$

$$\rightarrow 9 - b = 2b \rightarrow b = 3$$

$$\rightarrow 9 - d = \frac{7}{9}a \rightarrow a = 9 \wedge d = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 9 + 3 + 2 + 2 = 16$$

Rpta.: D

Resolución 9: Por dato: $CA(\overline{1n2}) + CA(\overline{2n3}) + CA(\overline{3n4}) + ... + CA(\overline{8n9}) = 4196$

Observemos:

$$\left.\begin{array}{l} CA(\overline{1n2}) = 1000 - \overline{1n2} \\ CA(\overline{2n3}) = 1000 - \overline{2n3} \\ CA(\overline{3n4}) = 1000 - \overline{3n4} \\ \vdots \\ CA(\overline{8n9}) = 1000 - \overline{8n9} \end{array}\right\} \text{Hay 8 sumandos}$$

Sumando: $4196 = 8000 - (\overline{1n2} + \overline{2n3} + \overline{3n4} + ... + \overline{8n9})$

$$\rightarrow \overline{1n2} + \overline{2n3} + \overline{3n4} + ... + \overline{8n9} = 3804$$

$$\rightarrow (102+10n)+(203+10n)+(304+10n)+...+(809+10n)=3804$$

$$\underbrace{(102 + 203 + 304 + ... + 809)}_{\left(\frac{102 + 809}{2}\right)8} + 80n + 3804$$

$$\rightarrow 3644 + 80n = 3804 \rightarrow 80n = 160$$

$$\therefore n = 2$$

Rpta.: B

Resolución 10: Producto inicial: $P = A \times B$

Del enunciado: $(A - 4).B = P - 40$

$$\cancel{AB} - 4B = \cancel{P} - 40 \rightarrow \boxed{B = 10}$$

Además: $A.(B + 8) = P + 160$

$$\cancel{AB} + 8A = \cancel{P} + 160 \rightarrow \boxed{A = 20}$$

$\therefore$ $P = 20 \times 10 = 200$

Rpta.: D

Resolución 11: Sea el número: N

Además:

$$\begin{array}{r} N \times \\ 437 \\ \hline N \times 7 \\ N \times 3 \\ N \times 4 \\ \hline \end{array}$$

Productos parciales

Dato: $7N + 3N + 4N = 8750$

$\rightarrow 14N = 8750$

$\therefore$ $N = 625$

Rpta.: E

Resolución 12: Datos:

$$\begin{array}{l} 19 \times \overline{abc} = \ldots 541 \\ 13 \times \overline{abc} = \ldots 107 \\ \hline 6 \times \overline{abc} = \ldots 434 \end{array} \quad (-)$$

Multiplicando por 2:

$12 \cdot \overline{abc} = \ldots\ldots 868$

$\therefore$ $8 + 6 + 8 = 22$

Rpta.: E

E&M

Resolución 13: Se tiene : $\overline{abcd} \times 999 = ...0264$

$\overline{abcd} \times (1000 - 1) = ...0264$

$\overline{abcd000} - \overline{abcd} = ...0264$

Ordenando :

$$\begin{array}{r} 9\,9\,9\,10 \\ \overline{abc\not{d}\,0\,0\,0} - \\ a\,\overline{b\,c\,d} \\ \hline ...0\,2\,6\,4 \end{array}$$

$\rightarrow 10 - d = 4 \rightarrow d = 6$

$\rightarrow 9 - c = 6 \rightarrow c = 3$

$\rightarrow 9 - b = 2 \rightarrow b = 7$

$\rightarrow (d - 1) - a = 0 \rightarrow 5 - a = 0 \rightarrow a = 5$

$\therefore a + b + c + d = 5 + 7 + 3 + 6 = 21$

Rpta.: B

Resolución 14: Por dato: $\overline{abc} \times \overline{cb3} = ...262$

Observe: $\overline{...c} \times ...3 = ...2$

Sólo : $\boxed{c = 4}$

Ordenando :

$$\begin{array}{r} \overline{a\quad b\quad 4} \times \\ \overline{4\quad b\quad 3} \\ \hline \overline{...\ (3b+1)2} \\ ....\ (4b) \\ \hline ....\ 2\quad 6\quad 2 \end{array}$$

Observe : $(3b + 1) + 4b = ...6$

$7b + 1 = ...6$

Sólo : $\boxed{b = 5}$

Ahora:

$$\begin{array}{r} \overline{a\,5\,4}\ \times \\ 4\,5\,3 \\ \hline ...(3a+1)6\,2 \\ .....\ 7\ \ 0 \\ .....6 \\ \hline ....2\,6\,2 \end{array}$$

Observe: $(3a+1)+7+6=...2$

$3a+14=...2$

$\rightarrow 3a=....8$

$\therefore\ a=6$

Rpta.: D

Resolución 15: Del enunciado:

* $r+18=r_{max}=d-1\rightarrow r+19=d$
* $r-10=r_{min}=1\rightarrow r=11$

$\rightarrow d=30$

* $q=3r\rightarrow q=3\times 11=33$

Hallando el dividendo:

$D=30\times 33+11$

$\therefore\ D=1001$

Rpta.: A

Resolución 16: Datos:

* $r_d=2(q+1)$
* $r_e=2q$

Propiedad: $r_d+r_e=d$

$\rightarrow 2(q+1)+2q=62\rightarrow \boxed{q=15}$

$\rightarrow r_d=32$

$\therefore\ D=62\times 15+32=962$

Rpta.: E

E&M

Resolución 17: Se tiene:

$* \; d = 50 \rightarrow r_d + r_e = 50$

$r_e - r_d = 18$

Donde: $r_e = 34 \wedge r_d = 16$

$* \; q + (q+1) = 49 \rightarrow \boxed{q = 24}$

$D = 50 \times 24 + 16$

$\therefore \; D = 1216$

Rpta.: E

Resolución 18: Del texto:

$PA : \underbrace{\overline{mn}; \ldots; \overline{42m}}_{51 \text{ Términos}}$

Razón $= m$

Sabemos: $51 = \dfrac{\overline{42m} - \overline{mn}}{m} + 1$

$\rightarrow 50m = 420 - 9m - n$

$\rightarrow 59m + n = 420 \rightarrow m = 7$

$\downarrow \; \downarrow \qquad n = 7$

$7 \quad 7$

Piden: $a_{28} = a_1 + 27r$

$a_{28} = 77 + 27 \times 7$

$\therefore \; a_{28} = 266$

Rpta.: C

Resolución 19:

PA: $32_n ; \underset{r}{40_n} ; \underset{r}{46_n} ; \ldots\ldots ; 200_n$

Se cumple: $40_n - 32_n = 46_n - 40_n$

$4n - (3n + 2) = 4n + 6 - (4n)$

$n - 2 = 6 \rightarrow \boxed{n = 8}$

Luego: $PA : 32_8 ; 40_8 ; 46_8 ; \ldots ; 200_8$

PA: $26 ; \underset{6}{32} ; \underset{6}{38} ; \ldots . ; 128$

Hallando la cantidad de términos:

$$\frac{128-26}{6}+1=18$$

Piden : $S=26+32+38+.....+128$

$$\rightarrow S=\left(\frac{26+128}{2}\right)\times 18$$

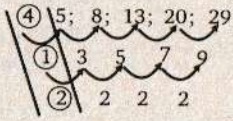
$$\therefore\ S=1386$$

Rpta.: A

Resolución 20:

Se tiene: $S=5+8+13+20+29+.....+229$

Observemos:



$$a_n=n^2+4;\ \text{donde: } 1\le n\le 15$$

$$\rightarrow \sum_{n=1}^{15} a_n=\sum_{n=1}^{15}(n^2+4)=\sum_{n=1}^{15} n^2+4\times 15$$

Luego: $S=\underbrace{1^2+2^2+3^2+.....+15^2}+4\times 15$

$$S=\frac{15\times 16\times 31}{6}+60$$

$$S=1300$$

$\therefore$ La cifra de mayor orden es 1.

Rpta.: E

Resolución 21:

Piden : $S=4\times 1+9\times 2+16\times 3+.....+400\times 19$

Observemos:

$$a_1=(1+1)^2\times 1$$

$$a_2=(2+1)^2\times 2$$

$$a_3=(3+1)^2\times 3$$

$$\vdots$$

$$a_{19}=(19+1)^2\times 19$$

$$\downarrow$$

$$a_n=(n+1)^2\times n$$

$$a_n=n^3+2n^2+n$$

E&M

Luego: $\sum_{n=1}^{19} a_n = \sum_{n=1}^{19} \left(n^3 + 2n^2 + n\right)$

$$\sum_{n=1}^{19} a_n = \sum_{n=1}^{19} n^3 + 2\sum_{n=1}^{19} n^2 + \sum_{n=1}^{19} n$$

$$\rightarrow S = \left(\frac{19\times 20}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{19\times 20\times 39}{6}\right) + \frac{19\times 20}{2}$$

$\therefore S = 41230.$

Rpta.: B

Resolución 22: Se tiene: $\underbrace{1; 2; 3; 4; .....; \overline{1abc}}_{\left(\begin{array}{c}\text{Total de tipos}\\ \text{de imprenta}\end{array}\right) = \overline{4abc}}$

Luego: $\underbrace{(\overline{1abc} + 1)4 - 1111 = \overline{4abc}}_{(1001 + \overline{abc})}$

$$4\times\overline{abc} + 2893 = 4000 + \overline{abc}$$

$$3\times\overline{abc} = 1107$$

$\rightarrow \overline{abc} = 369 \rightarrow a = 3; b = 6; c = 9$

$\therefore a + b + c = 3 + 6 + 9 = 18$

Rpta.: B

Resolución 23: Ordenando los sumandos:

$$\left.\begin{array}{r}\overline{3\,2}\\ \overline{a\,1\,x}\\ \overline{a\,2\,x}\\ \overline{a\,3\,x}\\ \vdots\\ \overline{a\,7\,x}\end{array}\right\} \text{7 sumandos}$$

$$\overline{3\,8\,y\,1}$$

En las unidades: $7x = ...1$

$\boxed{x = 3} \rightarrow 7 \times 3 = 21$

En las decenas: $\boxed{2} + 1 + 2 + 3 + 7 = 30$

$\rightarrow \boxed{y = 0}$

En las centenas: $3 + \underbrace{a + a + ... + a}_{7 \text{ veces}} = 38$

$\rightarrow 3 + 7a = 38 \rightarrow \boxed{a = 5}$

$\therefore x + y + a = 3 + 0 + 5 = 8$

Rpta.: C

Resolución 24:

Tenemos: $\overline{1a}_8 + \overline{2a}_8 + \overline{3a}_8 + ... + \overline{12a}_8 = \overline{aa40}_5$

Observemos: $\underbrace{\overline{1a}_8 + \overline{2a}_8 + \overline{3a}_8 + ... + \overline{7a}_8 + \overline{10a}_8 + \overline{11a}_8 + \overline{12a}_8}_{\text{Hay 10 sumandos}} = \overline{aa40}_5$

Luego, descomponiendo polinómicamente:

$8 + 16 + 24 + ... + 56 + 64 + 72 + 80 + 10a = 150a + 20$

$\rightarrow 8(1 + 2 + 3 + ... + 7 + 8 + 9 + 10) = 140a + 20$

$8 \times \left(\frac{10 \times 11}{2}\right) = 140a + 20 \rightarrow 140a = 420$

$\therefore a = 3$

Rpta.: D

Resolución 25:

Se tiene: $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{dd} = \overline{(c-1)dd}$

Ordenando:

$$\begin{array}{r} 1\ \ 1 \\ \overline{ab}+ \\ \overline{bc} \\ \overline{dd} \\ \hline \overline{(c-1)dd} \end{array}$$

En las unidades: $b + c + d = \overline{.....d}$

$b + c = ...0$

$\rightarrow b + c = 10$

En las decenas: $1 + a + b + d = \overline{(c-1)d}$

$1 + a + b = \overline{(c-1)0} = 10$

$\rightarrow a + b = 9$

En las centenas sólo se podrá llevar: 1

$c = 2 \rightarrow b = 8 \rightarrow a = 1$

$\therefore a \times c + b = 1 \times 2 + 8 = 10$

Rpta.: A

E&M

Resolución 26: Ordenando los sumandos :

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1\ 1 \\ \overline{RAU}+ \\ \overline{5RU} \\ \overline{E68} \\ \hline \overline{PERU} \end{array}$$

Unidades : $2U + 8 = \overline{...U}$

$U + 8 = ...0 \rightarrow U = 2$

Decenas: $\boxed{1} + A + R + 6 = ...R$

$A + 7 = ... 0 \rightarrow A = 3$

Centenas : $\boxed{1} + R + 5 + E = ...E$

$\rightarrow R + 6 = ...0 \rightarrow R = 4$

Millares : solo $P = 1$

$\therefore \overline{PARA} = 1343$

Rpta.: A

Resolución 27: $S = \underbrace{7 + 77 + 777 + ...}_{60\ \text{Sumandos}} = \overline{...abcd}$

Ordenando los sumandos:

$$\left.\begin{array}{r} 777...7777 + \\ 77...7777 \\ 7...7777 \\ \vdots \\ 7777 \\ 777 \\ 77 \\ 7 \end{array}\right\} 60\ \text{sumandos}$$

$$\overline{...abcd}$$

Unidades: $7 \times 60 = \underset{\text{lleva}}{\underset{\sim}{42}}\ 0 \rightarrow d = 0$

Decenas: $7 \times 59 + 42 = \underset{\text{lleva}}{\underset{\sim}{45}}\ 5 \rightarrow c = 5$

Centenas: $7 \times 58 + 45 = \underset{\text{lleva}}{\underset{\sim}{45}}\ 1 \rightarrow b = 1$

Millares: $7 \times 57 + 45 = 444 \rightarrow a = 4$

$\therefore \overline{abcd} = 4150$

Rpta.: B

Resolución 28: Numerales de la forma:

$$\overline{n(2n-1)m\left(\frac{m}{2}\right)a\left(\frac{a}{3}\right)}$$

Observe: n : 1; 2; 3; 4; 5; → 5 valores
m : 0; 2; 4; 6; 8; → 5 valores
a : 0; 3; 6; 9; → 4 valores
→ Total de numerales = 5 x 5 x 4 = 100

Suma en las unidades: $(0+1+2+3)\times\frac{100}{4}=150$

Suma en las decenas: $(0+3+6+9)\times\frac{100}{4}=450$

Suma en las centenas: $(0+1+2+3+4)\times\frac{100}{5}=200$

Suma en las unidades de millar:

$$(0+2+4\ \ 6+8)\times\frac{100}{5}=400$$

Suma en las decenas de millar:

$$(1+3+5\ +7+9)\times\frac{100}{5}=500$$

Suma en las centenas de millar:

$$(1+2+3+4+5)\times\frac{100}{5}=300$$

Hallando la suma total:

$$\begin{array}{r} 150+ \\ 450 \\ 200 \\ 400 \\ 500 \\ 300 \\ \hline 3542465 0 \end{array}$$

$\therefore\ 3+5+4+2+4+6+5+0=29$

Rpta.: E

Resolución 29: Sustracción inicial: $M - S = D$

El minuendo aumenta en 25 decenas:
→ Aumenta en 250 unidades.

Al sustraendo se le quita 4 centenas:
→ Se le quita 400 unidades.

Luego: $(M+250)-(S-400)=M-S+650=D+650$

$\therefore$ La diferencia aumenta en 650

Rpta.: E

E&M

Resolución 30:

Sea: $M - S = D$

Datos: $M = 6S \rightarrow D = 5S$

Además: $D - S = 244$

$\rightarrow 5S - S = 244 \rightarrow 4S = 244$

$\boxed{S = 61}$

$M = 6 \times 61 = 366$

$\therefore 3 + 6 + 6 = 15$

Rpta.: C

Resolución 31:

Del texto: $\overline{abc} - \overline{xyz} = 819$ (−)

$\overline{abc} - \overline{zyx} = 126$

$\rightarrow \overline{zyx} - \overline{xyz} = 693$

Sabemos: $z - x = 6 + 1 \rightarrow z - x = 7$

$\downarrow \downarrow$

$\overline{abc} - \overline{2y9} = 819 \leftarrow 9 \quad 2 \times$

¡$\overline{abc}$ no tendría 3 cifras! $8 \quad 1$ ✓

$\rightarrow \boxed{z = 8} \wedge \boxed{x = 1}$

Por dato: $a + b + c + x + y + z = 33$

$\downarrow \quad \downarrow$

$1 \quad 8$

$\rightarrow a + b + c + y = 24$

Además:

$\overline{abc} -$

$\overline{1y8}$

$\overline{819}$

Unidades: $(c + 10) - 8 = 9 \rightarrow \boxed{c = 7}$

Decenas: $b - 1 - y = 1 \rightarrow b - y = 2$

Centenas: $a - 1 = 8 \rightarrow \boxed{a = 9}$

Luego: $9 + b + 7 + y = 24 \rightarrow b + y = 8$

Sólo: $\boxed{b = 5} \wedge \boxed{y = 3}$

$\therefore \overline{abc} = 957$

Rpta.: D

Resolución 32:

Por dato: $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mp6}$

Se cumple: $p = 9 \wedge m + 6 = 9 \rightarrow m = 3$

$\rightarrow \overline{abc} - \overline{cba} = 396 \rightarrow \boxed{a - c = 4}$

También: $\overline{abc} + \overline{cba} = \overline{x33n}$

La suma es menor que 2000 $\rightarrow \boxed{x = 1}$

$\rightarrow \overline{abc} + \overline{cba} = \overline{133n}$

Sólo: $a = 8$ y $c = 4$

$\rightarrow n = 2$

$$\rightarrow \begin{array}{r} \overline{abc} - \overline{cba} = 396 \\ \overline{abc} + \overline{cba} = 1332 \end{array} \quad (+)$$

$2.\overline{abc} = 1728$

$\rightarrow \overline{abc} = 864$

$\rightarrow b = 6$

$\therefore a + b + c = 18$

Rpta.: D

Resolución 33:

Se tiene: $\overline{abcd} \mid \overline{ba}$

$\overline{cd} \quad 175$

$\overline{abcd} =$ mínimo $\wedge \overline{cd} < \overline{ba}$

$\rightarrow \overline{abcd} = \overline{ba} \times 175 + \overline{cd}$

$\rightarrow \cancel{100}.\overline{ab} + \cancel{\overline{cd}} = \cancel{175} \times \overline{ba} + \cancel{\overline{cd}}$

$\rightarrow 4.\overline{ab} = 7.\overline{ba} \rightarrow \dfrac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \dfrac{7}{4}$

$\rightarrow \begin{array}{l} \overline{ab} = 7 \times 3 = 21 \\ \overline{ba} = 4 \times 3 = 12 \end{array} \rightarrow \overline{cd} < 12$

$\rightarrow \overline{abcd} = \overline{21cd} = 2110$ (mínimo)

$\therefore 2 + 1 + 1 + 0 = 4$

Rpta.: C

E&M

Resolución 34: Por dato:

$* \ r_e - r_d = 2$

$* \ r_e + 4 = q \qquad r_e = 7$

$* \ r_e + 4 = q \qquad r_d = 5$

$* \ d = 12 \rightarrow r_e + r_d = 12 \qquad q = 11$

$D = 12 \times 11 + 5$

$\therefore \ D = 137$

Rpta.: E

Resolución 35: Sea:

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline r & q \end{array}$$

Dato: $D + d + q + r = 427$

Observamos: $D + d + r = 427 - q$

Luego:

$$\begin{array}{r|l} 5D & 5d \\ \hline 5r & q \end{array}$$

Dato: $5D + 5d + q + 5r = 2043$

$\rightarrow 5\underbrace{(D + d + r)} + q = 2043$

$\rightarrow 5(427 - q) + q = 2043 \rightarrow q = 23$

$\therefore \ 2 + 3 = 5$

Rpta.: C

Resolución 36: Del enunciado:

$* \ r_e + n = r_d$

$* \ r_d + 2n = d$

$* \ d + 3n = q$

$* \ q + 1410 = D$

Observemos: $r_d + 2n = d = r_d + r_e$

$\rightarrow r_e = 2n = \rightarrow r_d = 3n$

$\rightarrow d = 5n = \rightarrow q = 8n$

Luego: $8n + 1410 = 5n \times 8n + 3n$

$1410 = 40n^2 - 5n$

$\rightarrow 282 = 8n^2 - n \rightarrow n(8n - 1) = 6 \times 47$

$\therefore \ n = 6$

Rpta.: D

Resolución 37: Tenemos:

$$\begin{array}{r|l} \overline{7\,a\,b} & 14 \\ \overline{7\,x} & \overline{cd} \\ \overline{9\,y} & \\ \overline{m\,n} & \\ 9 & \end{array}$$

Observemos:

$* \; 14 \times c = \overline{7x} = 70$

$\downarrow$

5

$\rightarrow \quad a = 9 \;\; y \;\; c = 5$

$14 \times d = \overline{mn} \rightarrow$ El resultado de ser igual o aproximarse a: $\overline{9y}$

$\downarrow \quad \downarrow$

$6 \quad 84$

$d = 6$

$\rightarrow \overline{9y} - 84 = 9$

$\overline{9y} = 93 \rightarrow y = 3 \rightarrow b = 3$

$\therefore \; a + b + c + d = 9 + 3 + 5 + 6 = 23$

Rpta.: D

Resolución 38: Se tiene:

$$* \quad \begin{array}{r|l} k & L \\ 6 & q_1 \end{array} \rightarrow k = L.\,q_1 + 6$$

$$* \quad \begin{array}{r|l} 16k & L \\ 19 & q_2 \end{array} \rightarrow 16k = L.\,q_2 + 19 \qquad (\text{Obs.: } L > 19)$$

$\rightarrow 16\,(L.\,q_1 + 6) = L.\,q_2 + 19$

$\rightarrow L.q_2 - 16\,L\,q_1 = 77 \rightarrow L(q_2 - 16q_1) = 77$

Solo:

$L = 77 \wedge q_2 - 16q_1 = 1 \rightarrow q_2 = 17$

$q_1 = 1$

$\rightarrow k = 77 \times 1 + 6 \rightarrow \boxed{k = 83}$

Piden el resto de dividir 240k entre L:

$\rightarrow 240 \times 83 = 19920 = 77 \times 258 + r$

$\therefore \; r = 54$

Rpta.: D

E&M

Resolución 39:

Sea: PA: $\underbrace{2;\ 5;\ 8;}_{3\ \ 3}\ \underbrace{11;}_{3}$ .....

$\rightarrow a_n = 3n - 1$

Luego: $a_{k+1} = 3(k+1) - 1 = 3k + 2$

$a_k = 3k - 1$

Dato: $\underbrace{(3k+2)^2 - (3k+1)^2}_{} = 525$

$\rightarrow (6k+1)(3) = 525 \rightarrow k = 29$

$\therefore$ Ocupan los lugares: 29 y 30

Rpta.: C

Resolución 40:

Sea: PA : $\underbrace{8;\ 21;\ 34;}_{13\ \ 13}\ \underbrace{47;}_{13}$...

$\rightarrow a_n = 13n - 5$

Luego: $300 < 13n - 5 < 500$

Sumando 5: $305 < 13n < 505$

Dividimos entre 13: $23,... < n < 38,...$

$\rightarrow n : \underbrace{24;\ 25;\ 26;\ ...,\ 38}$

cantidad valores = $38 - 23 = 15$

$\therefore$ Son 15 términos.

Rpta.: B

Resolución 41:

Se tiene: $\underbrace{\overline{a24};\ \overline{a26};}_{2\ \ 2}\ \overline{a28};\ .....;\ \overline{a78}$

Observe: $\text{Cantidad de términos} = \frac{78 - 24}{2} + 1 = 28$

$\rightarrow \overline{2a} = 28 \rightarrow a = 8$

Piden: $S = 824 + 826 + 828 + ...+ 878$

$S = \left(\frac{824 + 878}{2}\right) 28$

$\therefore$ $S = 23828$

Rpta.: C

Resolución 42: Se sabe: $\overline{abcd} = 24_8 + 30_8 + 34_8 + ...(45 \text{ sumandos})$

Observemos: $\underbrace{24_8}; \underbrace{30_8}; \underbrace{34_8}; .....$

$\underbrace{20}_{4}; \underbrace{24}_{4}; 28; .....$

$a_n = 4n + 16$

$a_{45} = 4 \times 45 + 16 = 196$

Luego: $\overline{abcd} = 20 + 24 + 28 + ... + 196$

$\overline{abcd} = \left(\frac{20 + 196}{2}\right) 45 = 4860$

$\rightarrow a = 4 \quad b = 8 \quad c = 6 \quad d = 0$

$\therefore a + b + c + d = 18$

Rpta.: B

Resolución 43: Queremos: $S = \underbrace{1 \times 100 + 2 \times 99 + 3 \times 98 + ... + 50 \times 51}_{50 \text{ sumandos}}$

Observe que los sumandos forman una sucesión cuyo término general es:

$a_n = n(101 - n) = 101n - n^2$

$\sum_{n=1}^{50} a_n = \sum_{n=1}^{50} (101n - n^2)$

$\sum_{n=1}^{50} a_n = 101 . \sum_{n=1}^{50} n - \sum_{n=1}^{50} n^2$

Luego: $S = 101 \times \frac{50 \times 51}{2} - \frac{50 \times 51 \times 101}{6}$

$\therefore S = 85850$

Rpta.: D

Resolución 44: Se tiene: $S = 3 + 33 + 333 + ... + \underbrace{33....33}_{\text{"n" cifras}}$

Multiplicando por 3: $3S = 9 + 99 + 999 + ... + \underbrace{99....99}_{\text{"n" cifras}}$

$3S = 10^1 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + ... + 10^n - 1$

$3S = \underbrace{1 + 10^1 + 10^2 + 10^3 + ... + 10^n} - (n + 1)$

$3S = \frac{10^{n+1} - 1}{10 - 9} - (n + 1)$

E&M

$$3S = \frac{10^{n+1}-1}{9} - (n+1) = \frac{10^{n+1} - 1 - 9n - 9}{9}$$

$$3S = \frac{10^{n+1} - 9n - 10}{9}$$

$$\therefore S = \frac{10^{n+1} - 9n - 10}{27}$$

Rpta.: C

Resolución 45: Datos:

* $10^{19} \leq A \times B < 10^{20}$
* $10^{14} \leq B \times C < 10^{15}$

Luego:

* $(10^{19})^3 \leq (A \times B)^3 < (10^{20})^3$

$\rightarrow 10^{57} \leq A^3 \times B^3 < 10^{60}$....(a)

$$\frac{1}{10^{15}} < \frac{1}{B \times C} \leq \frac{1}{10^{14}} \text{.....(b)}$$

Multiplicando (a) × (b):

* $$\frac{10^{57}}{10^{15}} < \frac{A^3 \times B^3}{B \times C} < \frac{10^{60}}{10^{14}}$$

$$10^{42} < \frac{A^3 \times B^2}{C} < 10^{46}$$

$\therefore$ como mínimo tiene: 42 + 1 = 43 cifras.

como máximo tiene: 46 cifras.

Rpta.: E

Resolución 46: Como la diferencia en cuánto a la cantidad de tipos de imprenta es 201, consideremos que el número de páginas es de 3 cifras y el número de hojas, que es la mitad, es de dos cifras:

Luego:

$$(\overline{abc}+1)3 - 111 - \left[\left(\frac{\overline{abc}}{2}+1\right)2 - 11\right] = 201$$

$$3 \times \overline{abc} - 108 - \left[\overline{abc} - 9\right] = 201$$

$$\rightarrow 2.\ \overline{abc} = 300$$

$$\therefore \overline{abc} = 150$$

Rpta.: D

Resolución 47: Sea el numeral de 3 cifras: $\overline{abc}$

Por dato: $\overline{abc} \times CA(\overline{abc}) = 12831$

$$\underbrace{\overline{abc}}_{987} \times \underbrace{(1000 - \overline{abc})}_{13} = 12831 = 987 \times 13$$

$\rightarrow \overline{abc} = 987 \rightarrow a = 9 \wedge b = 8 \wedge c = 7$

$\therefore a + b + c = 24$

Rpta.: B

Resolución 48: Por dato:

$$\underbrace{CA(\overline{ab})}_{} + \underbrace{CA(\overline{abab})}_{} = 3674$$

$$100 - \overline{ab} + 10000 - \overline{abab} = 3674$$

$$\underbrace{10100 - 3674}_{6426} = \underbrace{\overline{abab} + \overline{ab}}_{}$$

$$6426 = \overline{ab} \times 10^2 + \overline{ab} + \overline{ab}$$

$$6426 = 102 \times \overline{ab}$$

$\rightarrow \overline{ab} = 63 \rightarrow a = 6 \wedge b = 3$

$\therefore a + b = 6 + 3 = 9$

Rpta.: B

Resolución 49: Sea:

$$N = 30 \times 10^{n+1} + 28 \times 10^{n-1}$$

$$N = (30)\ 0\ (28)\underbrace{00...00}_{(n-1)\text{ cifras}}$$

Corrigiendo el numeral:

$$N = 302\underbrace{800...00}_{(n-1)\text{ cifras}}$$

Hallando el CA en forma práctica:

$$CA(302\underbrace{800...00}_{(n-1)\text{ cifras}}) = 697\underbrace{200...00}_{(n-1)\text{ cifras}}$$

$\therefore \sum \text{cifras} = 24$

Rpta.: D

E&M

Resolución 50: Tenemos : $CA(\overline{1a}) + CA\left[2.(\overline{a1})\right] + CA\left[2.(\overline{a1a})\right] = 9284$

Como la suma de CA es 9284:

$2\times \overline{a1}$ es de 3 cifras y $2\times \overline{a1a}$ es de 4 cifras.

Luego : $100 - \overline{1a} + 1000 - 2.\overline{a1} + 10000 - 2.\overline{a1a} = 9284$

$\rightarrow 11100 - \left(\overline{1a} + 2.\overline{a1} + 2\ .\overline{a1a}\right) = 9284$

$\rightarrow 11100 - (10 + a + 20a + 2 + 202.a + 20) = 9284$

$\rightarrow 11068 - 223a = 9284$

$\rightarrow 223a = 1784$

$\therefore\ a = 8$

Rpta.: E

Resolución 51: Sea: $M - S = D$

Donde M; S y D tienen 2 cifras.

Por dato : $* D = CA(M) = 100 - M \rightarrow M + D = 100$

$* S = CA(M - D) = CA(S) = 100 - S$

$\rightarrow 2S = 100 \rightarrow S = 50$

$\therefore\ M + S + D = 150$

Rpta.: D

Resolución 52: Tenemos : $\underbrace{\overline{abcd}_n - \overline{dcba}_n}_{} = \overline{xyzw}_n;\quad a > d\ \text{ y }\ b > c$

Se cumple : $\left.\begin{array}{l} x + w = n \\ y + z = n - 2 \end{array}\right\} x + y + z + w = 2n - 2$

Por dato : $x + y + z + w = 24 \rightarrow 2n - 2 = 24$

$\rightarrow 2n = 26$

$\therefore\ n = 13$

Rpta.: C

Resolución 53: Sea la multiplicación inicial:

$$A \times B = P$$

Del enunciado:

$$* \ (A+5) \times B = P + 120$$

$$\rightarrow \cancel{A \times B} + 5B = \cancel{P} + 120 \rightarrow B = 24$$

$$* \ A \times (B-4) = P - 180$$

$$* \ \cancel{A \times B} - 4 \times A = \cancel{P} - 180 \rightarrow A = 45$$

$$\therefore \ P = 45 \times 24 = 1080$$

Rpta.: C

Resolución 54: Sea el número: N

Luego:

$$N \times$$

$$38$$

$$\square \rightarrow N \times 8$$

$$\square \rightarrow N \times 3$$

} Productos parciales

$$\square$$

Dato:

$$8N - 3N = 22655$$

$$\rightarrow N = 4531$$

$$\therefore \ 4+5+3+1 = 13$$

Rpta.: D

Resolución 55: Tenemos:

$$A = \underbrace{888\ldots888}_{1997 \text{ cifras}} \qquad B = \underbrace{555\ldots555}_{1997 \text{ cifras}}$$

Observemos:

$$* \ 8 \times 5 = 40 \rightarrow 40 \times 9 = 360$$

$$\rightarrow \sum \text{cifras} = 9 \times 1$$

$$888 \times 555 = 492840$$

$$\rightarrow 493840 \times 9 = 4435560$$

$$\rightarrow \sum \text{cifras} = 9 \times 3$$

$$88888 \times 55555 = 49381728400$$

$$\rightarrow 49381728400 \times 9 = 44443555560$$

$$\rightarrow \sum \text{cifras} = 9 \times 5$$

Luego:

$$\underbrace{A \times B}_{P} \times 9 = \underbrace{88\ldots88}_{1997 \text{ Cifras}} \times \underbrace{55\ldots55}_{1997 \text{ Cifras}} \times 9$$

$$\therefore \ \sum \text{cifras} = 9 \times 1997 = 17973$$

Rpta.: C

E&M

Resolución 56: Datos : $\overline{VACA} \times T = 8211$

$\overline{VACA} \times R = 19159$; 0 = cero

Piden : $\overline{VACA} \times \overline{TORO}$

$\overline{0000}$

19159

0000

8211

8402590

$\therefore\ 8 + 4 + 0 + 2 + 5 + 9 + 0 = 28$

Rpta.: B

Resolución 57: Tenemos : $N \times 7 = \ldots 241$

Consideremos : $N = \overline{\ldots abc}$

Ahora : $\overline{\ldots\ldots abc} \times \overline{7}$

$\overline{\ldots\ldots 241}$

$\overline{42}$

* $7c = \ldots 1 = 21$

$\rightarrow c = 3$

* $7b + 2 = \ldots 4 = 44$

$\rightarrow b = 6$

* $7a + 4 = \ldots 2 = 32$

$\rightarrow a = 4$

Luego : $\ldots 463 \times 3 = \ldots\ldots 389$

$\therefore\ 3 + 8 + 9 = 20$

Rpta.: E

Resolución 58: Dato : $\overline{abcd} \times 99 = \overline{ef1228}$

$\overline{abcd} \times (100 - 1) = \overline{ef1228}$

Ordenando :

$$\begin{array}{r} \overline{9\,10} \\ \overline{a\,b\,c\,d\,0\,0} \; - \\ \overline{a\,b\,c\,d} \\ \hline \overline{e\,f\,1\,2\,2\,8} \end{array}$$

$\rightarrow 10 - d = 8 \rightarrow d = 2$

$\rightarrow 9 - c = 2 \rightarrow c = 7$

$\rightarrow \underset{\downarrow}{(d} \underset{2}{} - 1) + 10 - b = 2 \rightarrow b = 9$

$\rightarrow \underset{\downarrow}{c} \underset{7}{} - 1 - a = 1 \rightarrow a = 5$

$\rightarrow \underset{\downarrow}{b} \underset{9}{} - 1 = f \rightarrow f = 8$

$\rightarrow a = e \quad e = 5$

$\therefore a + b + c + d + e + f = 5 + 9 + 7 + 2 + 5 + 8 = 36$

Rpta.: D

Resolución 59: Se tiene : $555_6 \times \overline{abc}_6 = ...143_6$

$\rightarrow \overline{abc}_6 \times (1000_6 - 1) = ...143_6$

$$\begin{array}{r} \overline{5\,5\,6} \\ \overline{a\,b\,c\,0\,0\,0}_6 \\ \overline{a\,b\,c}_6 \\ \hline .....1\,4\,3_6 \end{array}$$

$\rightarrow 6 - c = 3 \rightarrow c = 3$

$\rightarrow 5 - b = 4 \rightarrow b = 1$

$\rightarrow 5 - a = 1 \rightarrow a = 4$

$\therefore a + b - c = 2$

Rpta.: B

E&M

Resolución 60: Tenemos :

$$\begin{array}{r} \overline{a\ b\ c\ d}\ x \\ 7\ 8 \\ \hline \boxed{5}\boxed{2}2\boxed{7}\boxed{2} \\ \boxed{4}\boxed{5}7\boxed{3}8\ \downarrow \\ \hline \boxed{5}\ 0\ 9\ 6\ 5\ 2 \end{array}$$

La cifra de las unidades del multiplicando o es 4 o es 9 sólo cumple "4" para que al generar el segundo producto parcial termine en 8 $\rightarrow d = 4$

Pero :

$* \ 8 \times c + 3 = \ldots 7 \rightarrow c = 3 \vee c = 8$

$7 \times c + 2 = \ldots 3 \rightarrow c = 3$

$* \ 8 \times b + 2 = \ldots 2 \wedge 7 \times b + 2 = \ldots 7 \rightarrow b = 5$

$* \ 8 \times a + 4 = \ldots 2 \rightarrow a = 1 \vee a = 6$

Cumple : $a = 6$

$\therefore \ 6 + 5 + 3 + 4 = 18$

Rpta.: C

Resolución 61: Sea:

$D \ \lfloor 29 \quad d = 29q + 8$

$8 \quad q$

$D - m \ \lfloor 29 \quad$ m: máximo.

$r_1 \quad q - 2$

$D - m = 29q - 58 + r_1$ (D ↓)

$\cancel{29q} + 8 - m = \cancel{29q} - 58 + r_1$

$\rightarrow \underset{\text{máx.}}{m} = 66 - \underset{\text{mín.}}{r_1} \rightarrow r_1 = 0$

$\rightarrow m = 66$

$D - m \ \lfloor 29 \quad$ m: mínimo.

$r_2 \quad q - 2$

$D - m = 29q - 58 + r_2$ (D ↓)

$\cancel{29q} + 8 - m = \cancel{29q} - 58 + r_2$

$\rightarrow \underset{\text{mín}}{m} = 66 - \underset{\text{máx}}{r_2} \rightarrow r_2 = 28$

$\rightarrow m = 38$

$\therefore \ 66 + 38 = 104$

Rpta.: E

Resolución 62: Datos:

$* \ d = 91 \rightarrow r_d + r_e = 91$

$* \ r_d - r_e = 43$

$\rightarrow r_d = 67 \wedge r_e = 24$

$* \ 1200 < D < 1300$

$$\left.\begin{array}{l} 1200 < 91q + 67 < 1300 \\ 1133 < 91q < 1233 \end{array}\right\rangle - 67$$

$12, ... < q < 13, ...$

Sólo: $q = 13$

$\therefore \ D = 91 \times 13 + 67 = 1250$

Rpta.: C

Resolución 63: Se tiene: $\overline{UNI}_8 + \overline{PRE}_8 + \overline{UNI}_8 = \overline{PERU}_8$

Datos: $E = 1 \wedge U \neq N \neq I \neq P \neq R \neq E \neq O$

Reemplazando y ordenando:

$$\begin{array}{r} 1 \\ \overline{UNI}_8 + \\ \overline{PRI}_8 \\ \overline{UNI}_8 \\ \hline \overline{P1RU}_8 \end{array}$$

Orden 1: $2I + 1 = U \vee 2I + 1 = \overline{1U}_8$

Orden 2: $2N + R = \overline{...R}_8 \rightarrow 2N = ...0_8$

Solo: $2N = 10_8 = 8 \rightarrow N = 4$

Orden 3: $2U + P + 1 = \overline{P1}_8 = 8P + 1$

$\rightarrow \ 2U = 7P \rightarrow \boxed{U = 7} \wedge \boxed{P = 2}$

$\rightarrow$ Sólo: $2I + 1 = U = 7$

$\rightarrow I = 3$

Ademas: $R_{max} = 6$

$\therefore \ (P + E + R + U)_{max} = 2 + 1 + 6 + 7 = 16$

Rpta.: D

E&M

Resolución 64: Dado el numeral : $\overline{a(a-3)(2b)(b+1)\left(\frac{c}{3}\right)}$

Observamos : a : 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 → Toma 7 valores

b : 0; 1; 2; 3; 4; → Toma 5 valores

c: Tomará 10 valores necesariamente.

$\left(\frac{c}{3}=0;\frac{c}{3}=1;....;\frac{c}{3}=9\right)$

Total de numerales : 7 x 5 x 10 = 350

Suma en el orden de las unidades:

$$(1+2+3+....+9)\times\frac{350}{10}=1575$$

Suma en el orden de las decenas:

$$(1+2+3+4+5)\times\frac{350}{5}=1050$$

Suma en el orden de las centenas:

$$(0+2+4+6+8)\times\frac{350}{5}=1400$$

Suma en el orden de los millares:

$$(0+1+2+3+4+5+6)\times\frac{350}{7}=1050$$

Suma en el orden de las decenas de millares:

$$(3+4+5+6+7+8+9)\times\frac{350}{7}=2100$$

Hallando la Suma Total:

$$\begin{array}{r} 1575+\\ 1050\\ 1400\\ 1050\\ 2100\\ \hline 22202075 \end{array}$$

$\therefore \sum$ cifras: $2+2+2+0+2+0+7+5=20$

Rpta.: B

Resolución 65: Sea el capicúa de 3 cifras: $\overline{aba}$

Donde: $a: 1; 2; 3; \ldots; 9 \rightarrow$ toma 9 valores.

$b: 0; 1; 2; \ldots; 9 \rightarrow$ toma 10 valores.

$\rightarrow$ Total de capicúas: $9 \times 10 = 90$

Para hallar la suma de todos los capicúas, sumamos por órdenes:

$$\text{Unidades}: (1 + 2 + 3 + \ldots + 9)\frac{90}{9} = 450$$

$$\text{Decenas}: (0 + 1 + 2 + \ldots + 9)\frac{90}{10} = 405$$

$$\text{Centenas}: (1 + 2 + 3 + \ldots + 9)\frac{90}{9} = 450$$

Hallando la suma total:

$$\begin{array}{r} 450+ \\ 405 \\ \underline{450} \\ 49500 \end{array}$$

De los 90 capicúas se tacharon 2, y la suma de los restantes es 48259

$\rightarrow$ los dos capicúas tachados suman:

$49500 - 48259 = 1241 = \overline{xyx} + \overline{mnm}$

Donde: $x + m = 11 \rightarrow x = 2 \wedge m = 9$

$y + n = 13 \rightarrow y = 4 \wedge n = 9$

$\therefore$ El mínimo valor que puede tomar uno de ellos:

$\overline{xyx} = 242$

Rpta.: E

Resolución 66: Sea el capicúa: $\overline{aba}$

$$\begin{array}{c} a\ b\ a \\ \downarrow\downarrow\downarrow \\ 1\ 0 \\ 3\ 1 \\ 6\ 3 \\ 7\ 6 \\ 9\ 7 \\ \underline{\quad 9} \end{array}$$

Total valores: $5 \times 6 = 30 \Rightarrow$ Total de numerales

E&M

Suma en el orden de las unidades:

$$(1+3+6+7+9)\times\frac{30}{5}=156$$

Suma en el orden de las decenas:

$$(0+1+3+6+7+9)\times\frac{30}{6}=130$$

Suma en el orden de las centenas:

$$(1+3+6+7+9)\times\frac{30}{5}=156$$

Hallando la suma total:

$$\begin{array}{r} 156+ \\ 130 \\ 156 \\ \hline 17056 \end{array}$$

$\therefore$ Suma total: 17056

Rpta.: E

Resolución 67:

$S = 66666667 + 66666676 + \ldots + 76666666$

Ordenando los sumandos:

$$\begin{array}{r} 55555554 \\ 66666667+ \\ 66666676 \\ \vdots \\ 76666666 \\ \hline 544444439 \end{array}$$

Hay 8 sumandos

En las unidades: $6\times7+7=49$ (se lleva 4, se pone 9)

En las decenas: $6\times7+7+4=53$ (se lleva 5, se pone 3)

En las centenas: $6\times7+7+5=54$ (se lleva 5, se pone 4)

En los órdenes que siguen la suma es igual al de las centenas, es decir, se pone 4 y se lleva 5.

$\therefore$ La suma de cifras del resultado es:

$5+4\times6+3+9=41$

Rpta.: D

Resolución 68: Sea el numeral de 3 cifras: $\overline{abc}$

Por dato : $\overline{abc} + \overline{cba} = \overline{mnm} = \overline{9n9}$

$\overline{abc} - \overline{cba} = 99$ (único caso)

Sólo: $a + c = 9 \wedge 2b = n$

$b = 4$ (máximo)

$\therefore a + b + c = 13$

Rpta.: C

Resolución 69: Datos :

$* \quad \overline{abc}_n + 72 = \overline{cba}_n$

$\rightarrow \overline{cba}_n - \overline{abc}_n = 72$

$cn^2 + bn + a - (an^2 + bn + c) = 72$

$(c - a)(n^2 - 1) = 72 = 3 \times 24$

Donde : $c - a = 3 \wedge n^2 - 1 = 24$

Sólo : $n = 5 \wedge c = 4 \wedge a = 1$

$* \quad \overline{abc}_n + \overline{cba}_n = \overline{mp2q}_n$

$\rightarrow \overline{1b4}_5 + \overline{4b1}_5 = \overline{mp2q}_5$

Ordenando :

$$\begin{array}{r} 1\ 1 \\ \overline{1\ b\ 4}_5 \\ \overline{4\ b\ 1}_5 \\ \hline \overline{m\ p\ 2\ q}_5 \end{array}$$

Orden 1 : $4 + 1 = 5 = 10_5$

$\rightarrow q = 0$

Orden 2 : $2b + 1 = 12_5 = 7$

$\rightarrow b = 3$

Orden 3 : $1 + 1 + 4 = 11_5$

$\rightarrow p = 1 \wedge m = 1$

$\therefore a + b + c + m + n + p + q = 15$

Rpta.: E

E&M

Resolución 70:

Tenemos: $\overline{abcd}_6 - \overline{cdab}_6 = \overline{mnpq}_6$

Además $a - c = 2 \ \wedge \ b - d = 1$

$(a > c) \ \wedge \ (b > d)$

Ordenando:

$$\begin{array}{r} \overline{a\,b\,c\,d}_6 \\ \overline{c\,d\,a\,b}_6 \\ \hline \overline{m\,n\,p\,q}_6 \end{array}$$

Orden 1: $(d + 6) - b = q$

$\rightarrow 6 - (b - d) = q$

$\rightarrow 6 - 1 = q \quad \rightarrow q = 5$

Orden 2: $(c - 1) + 6 - a = p$

$\rightarrow 5 - 2 = p \quad \rightarrow p = 3$

Orden 3: $(b - 1) - d = n$

$\rightarrow b - d - 1 = n$

$\rightarrow 1 - 1 = n \quad \rightarrow n = 0$

Orden 4: $a - c = m \quad \rightarrow m = 2$

$\therefore \ m + n + p + q = 2 + 0 + 3 + 5 = 10$

Rpta.: C

Resolución 71:

Sea el numeral: $\overline{abc}$

Donde: $a + b + c = 19$

Por dato: $CA\left(\overset{9\,9\,10}{\overline{a\,b\,c}}\right) = \overline{n(n+1)(n+2)}$

Aplicando el cálculo del CA en forma práctica:

$$\left.\begin{array}{l} * \ 9 - a = n \\ * \ 9 - b = n + 1 \\ * \ 10 - c = n + 2 \end{array}\right] (+)$$

$28 - (a + b + c) = 3n + 3$

$28 - 19 = 3n + 3$

$\rightarrow n = 2$

La cifra de 2do. orden del numeral es: $9 - b = n + 1 = 3$

$\therefore \ b = 6$

Rpta.: C

Resolución 72:

Por dato: $CA[\overline{1a}] + CA[2(\overline{1a})] + CA[2(\overline{a1a})] = 9507$

Dado que la suma de dichos CA es 9507, entonces, $2(\overline{a1})$ debe ser de 3 cifras y $2(\overline{a1a})$ debe ser de 4 cifras, luego:

$$100 - \overline{1a} + 1000 - 2.(\overline{a1}) + 10000 - 2(\overline{a1a}) = 5507$$
$$\rightarrow 11100 - (10+a+20a+2+200a+20+2a) = 9507$$
$$\rightarrow 11068 - 223a = 9507$$
$$\rightarrow 223a = 1561$$
$$\therefore a = 7$$

Rpta.: D

Resolución 73:

Por dato: $CA(\overline{(a+1)bacdb}_9) = \overline{xxxx}_6$

Además: $\overline{xxxx}_6 = ...6$

$$\rightarrow x.6^3 + x.6^2 + x.6 + x = ...6 \rightarrow 259x = ...6$$
$$\rightarrow x = 4$$

Luego: $CA\left(\overline{(a+1)\overset{8}{b}\overset{8}{a}\overset{8}{c}\overset{8}{d}\overset{9}{b}}_9\right) = 4444_6 = 1371_9$

Aplicando la forma practica para hallar el CA:

* $9 - b = 1 \rightarrow b = 8$
* $8 - d = 7 \rightarrow d = 1$
* $8 - c = 3 \rightarrow c = 5$
* $8 - a = 1 \rightarrow a = 7$

Piden: $CA(\overline{cd}) - CA(\overline{ba})$

$$\therefore \underbrace{CA(51)}_{49} - \underbrace{CA(87)}_{13} = 36$$

Rpta.: A

Resolución 74:

Del enunciado: $CA(\overline{ab}) + CA(\overline{abab}) + CA(\overline{abababab}) = 734619$

$$(100-\overline{ab})+(10000-\overline{abab})+(1000000-\overline{abababab}) = 734619$$
$$\rightarrow 1010100 - (\overline{ab} + \overline{abab} + \overline{abababab}) = 734619$$
$$1010100 - 734619 = \overline{ab} + \underbrace{\overline{abab}}_{101\times\overline{ab}} + \underbrace{\overline{abababab}}_{10101\times\overline{ab}}$$
$$\rightarrow 275481 = 10203.\overline{ab} \rightarrow \overline{ab} = 27$$

Piden: $\underbrace{CA(CA(\ldots CA(9527))\ldots)}_{7\ \text{VECES}} =$

$$\therefore CA(527) = 473$$

Rpta.: B

E&M

Resolución 75:

Sea: $A \times B = P$

Donde: $A - B = 36$

Por dato: $(A-5)(B-5) = P - 245$

$AB - 5A - 5B + 25 = P - 245$

$\rightarrow 5A + 5B = 270 \rightarrow A + B = 54$

$$\rightarrow \left.\begin{matrix} A - B = 36 \\ A + B = 54 \end{matrix}\right\} A = 45 \wedge B = 9$$

$$\therefore \frac{A}{B} = \frac{45}{9} = 5$$

Rpta.: B

Resolución 76:

Sea: $P = \overline{a(a+1)}_6 \times \overline{(a+2)(a+3)}_6$

Sólo: $a = 1 \vee a = 2$

Por dato: Diferencia de Productos Parciales = (impar)

$\rightarrow (a+3) \times \overline{a(a+1)}_6 - (a+2) \times \overline{a(a+1)}_6 = (\text{impar})$

$\rightarrow \overline{a(a+1)}_6 = (\text{impar}) \rightarrow \boxed{a = 2}$

Luego: $P = 23_6 \times 45_6$

Observe:

$$\begin{array}{r} 23_6 \times \\ 45_6 \\ \hline 203_6 \rightarrow 23_6 \times 5 \\ 140_6 \rightarrow 23_6 \times 4 \\ \hline 2003_6 \end{array}$$

$\rightarrow P = 2003_6$

$\therefore 2 + 0 + 0 + 3 = 5$

Rpta.: B

Resolución 77:

Se tiene: $\overline{4b} \times \overline{cde} = \overline{m6p2}$

donde se utilizan una sola vez las nueve cifras significativas

Observe: $\overline{\ldots b} \times \overline{\ldots e} = \ldots 2$

$8 \quad 9\checkmark$

$9 \quad 8\,x$ Al multiplicar se va repetir una cifra

Además: $c < 3 \wedge c \neq 2 \rightarrow c = 1$

Reemplazando y ordenando:

$$\begin{array}{r} \overline{1\,d\,9} \times \\ 4\,8 \\ \hline \ldots\square 2 \\ \ldots 6 \\ \hline \overline{m\,6\,p\,2} \end{array}$$

Observe: $8d + 7 + 6 = p$

$3 \quad 7x$ Al multiplicar se repite una cifra: $3\checkmark$

$5 \quad 9x$ Al multiplicar se repite una cifra:

$$\rightarrow \quad \begin{array}{r} 1\,5\,9 \times \\ 4\,8 \\ \hline 1\,2\,7\,2 \\ 6\,3\,6 \\ \hline 7\,6\,3\,2 \end{array}$$

$\therefore \; 1272 + 636 = 1908$

Rpta.: C

Resolución 78:

Tenemos: $\overline{abc}_9 \times 888_9 = \ldots 204_9$

$\overline{abc}_9 \times (1000_9 - 1) = \ldots 204_9$

$\rightarrow \overline{abc000}_9 - \overline{abc}_9 = \ldots 204_9$

Ordenando:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 8\,8\,9} \\ a\,b\,c\,0\,0\,0_9 - \\ \overline{a\,b\,c}_9 \\ \hline \ldots 2\,0\,4_9 \end{array}$$

Donde:

* $9 - c = 4 \rightarrow c = 5$
* $8 - b = 0 \rightarrow b = 8$
* $8 - a = 2 \rightarrow a = 6$

$\therefore \; a + b + c = 19$

Rpta.: E

E&M

Resolución 79: Del texto:

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ (d-9) & q \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{l|l} D+6416 & d \\ (d-1) & q+89 \end{array}$$

$\rightarrow D = dq + (d-9) \wedge D + 6416 = d(q+89) + (d-1)$

$\rightarrow \cancel{dq} + (d-9) + 6416 = \cancel{dq} + 89d + (d-1)$

$\rightarrow 89d = 6408$

$\therefore d = 72$

Rpta.: C

Resolución 80: Por dato:

* $\begin{array}{l|l} D & d \\ 13 & q \end{array}$ Por propiedad: $d > 13$

* $\begin{array}{l|l} 4D & 2d \\ 16 & q' \end{array}$

Observe:

$D = dq + 13$

$4D = 2d(q') + 16 \rightarrow 4(dq+13) = 2dq' + 16$

$4dq + 52 = 2dq' + 16 \rightarrow \cancel{2d}q' - \cancel{4d}q = \cancel{36}$

$\rightarrow d(q' - 2q) = 18 = 18 \times 1$

$\therefore d = 18$

Rpta.: B

Resolución 81: Sea:

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ r & q \end{array}$$

* m: máxima cantidad que se aumenta al dividendo para que el cociente aumente en 15

$\rightarrow r + m = 15d + \overset{r_{máx}}{\overbrace{d-1}}$

$\rightarrow m = 16d - r - 1$

* n: mínima cantidad que se aumenta al dividendo para que el cociente aumente en 2.

$\rightarrow r + n = 2d \quad (r' = 0)$

$n = 2d - r$

Dato:

$m - n = 461$

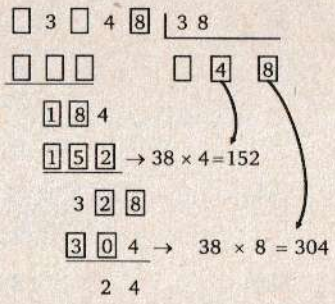
$\rightarrow (16d - r - 1) - (2d - r) = 461$

$\rightarrow 14d = 462$

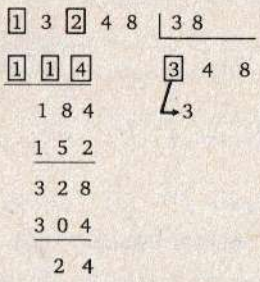
$\therefore d = 33$

Rpta.: B

Resolución 82: Resolvamos iniciando en la última división parcial:



Luego:

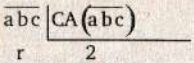


∴ La suma de cifras del dividendo es:

$1 + 3 + 2 + 4 + 8 = 18$

Rpta.: A

Resolución 83: Del enunciado:



$\rightarrow \overline{abc} = CA(\overline{abc}) \times 2 + r$

$\overline{abc} = (1000 - \overline{abc}) \times 2 + r$

$\rightarrow 3 \times \overline{abc} = 2000 + r$

$\overline{abc}$: mín $\rightarrow$ r: mín $\rightarrow r = 1 \rightarrow \overline{abc} = 667$

$\overline{abc}$: máx $\rightarrow$ r : máx $\rightarrow$ pero cumple:

Cuando: $r_{máx} = CA(\overline{abc}) - 4$

$\rightarrow 3\ \overline{abc} = 2000 + (1000 - \overline{abc} - 4)$

$4 \times \overline{abc} = 2996 \rightarrow \overline{abc} = 749$

∴ $667 + 749 = 1416$

Rpta.: D

E&M

Resolución 84: Por dato: $2537 \;\big|\; \overline{ab}$ $\quad (a < b)$

$\underbrace{(\overline{ab} - 1)}_{r_{máx}}$ $\quad CA(\overline{ab})$

$\rightarrow 2537 = \overline{ab}(100 - \overline{ab}) + (\overline{ab} - 1)$

$\rightarrow 2538 = \overline{ab}(101 - \overline{ab})$ b: impar

Sólo: $b = 7$ (el producto debe terminar en 8

$\rightarrow 2538 = \overline{a7}\ (101 - \overline{a7}) = 47 \times 54$

Sólo: $a = 4$

$\therefore\ a \times b = 4 \times 7 = 28$

Rpta.: C

Resolución 85: Dada la P. A.: $\underbrace{\overline{ab};\ \overline{co};\ \overline{ca};\ \overline{de};\ \overline{xox};\ldots;\ \overline{a0b}}_{\text{"n" términos}}$

Observe: $r = \overline{ca} - \overline{co} = a$ (r : razón de la PA)

Es una P. A. creciente $\rightarrow x = 1$

Luego: $\overline{ab} + 4a = 101$

$\rightarrow 14a + b = 101 \rightarrow a = 7 \wedge b = 3$

Entonces, la PA es: $73;\ \underbrace{80;\ 87;\ 94;}_{7\ \ 7\ \ 7\ \ 7};\ 101;\ldots;703$

Donde: $c = 8 \quad d = 9 \quad e = 4$

Hallando el número de términos:

$$n = \frac{703 - 73}{7} + 1 = 91$$

$\therefore\ a + b + c + x + n = 110$

Rpta.: D

Resolución 86: Tenemos: P.A.: $\underbrace{2;\ 9;\ 16;\ 23;\ 30;}_{7\ \ 7\ \ 7\ \ 7}\ldots$

$\rightarrow a_n = 7n - 5$

P.A.: $\underbrace{4;\ 7;\ 10;\ 13;\ 16;}_{3\ \ 3\ \ 3\ \ 3}\ldots$

$\rightarrow a_m = 3m + 1$

Para que los términos sean comunes:

$$\rightarrow 7n - 5 = 3m + 1 \rightarrow \begin{matrix} 7n & - & 3m & = & 6 \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ 3 & & 5 & & \\ 6 & & 12 & & \\ 9 & & 19 & & \end{matrix}$$

$\therefore$ El tercer término común es:

$a_9 = 7 \times 9 - 5 = 58$

Rpta.: D

Resolución 87:

Dada la P.A.: $\overline{ab}_x ; \overline{ba}_{x+1} ; 88_{x+2} ; \ldots ; \overline{64(x+1)}_9$

Observe: $\left.\begin{matrix} . \ x + 2 > 8 \rightarrow x > 6 \\ x + 1 < 9 \rightarrow x < 8 \end{matrix}\right\} x = 7$

Luego: P.A.: $\underbrace{\overline{ab}_7}_{r} ; \underbrace{\overline{ba}_8}_{r} ; 88_9 ; \ldots ; 648_9$

$r = \overline{ba}_8 - \overline{ab}_7 = 88_9 - \overline{ba}_8$

$\rightarrow (8b + a) - (7a + b) = 80 - (8b + a)$

$15b - 5a = 80 \rightarrow 3b - a = 16$

Sólo: $b = 6 \ \wedge \ a = 2$

P. A.: $26_7 ; 62_8 ; 88_9 ; \ldots ; 648_9$

P. A.: 20; 50; 80; ...; 530

$\therefore$ Número términos $= \dfrac{530 - 20}{30} + 1 = 18$

Rpta.: B

Resolución 88:

Tenemos: $S = \underbrace{31 + 341 + 3441 + 34441 + \ldots}_{\text{"n"sumandos}}$

$S = 31 \times 1 + 31 \times 11 + 31 \times 111 + 31 \times 1111 + \ldots + 31 \times \underbrace{11 \ldots 11}_{\text{"n"CFS}}$

$S = 31 [1 + 11 + 111 + 1111 + \ldots + \underbrace{11 \ldots 11}_{\text{"n"CFS}}]$

$9S = 31 [9 + 99 + 999 + 9999 + \ldots + \underbrace{99 \ldots 99}_{\text{"n"CFS}}]$

$9S = 31 \left[10^1 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + \ldots + 10^n - 1\right]$

E&M

$$9S = 31\left[\underbrace{1 + 10 + 10^2 + \ldots + 10^n}_{} - (n+1)\right]$$

$$9S = 31\left[\frac{10^{n+1} - 1}{10 - 1} - (n-1)\right]$$

$$9S = 31\left[\frac{10^{n+1} - 1 - 9n - 9}{9}\right]$$

$$\therefore\ S = \frac{31}{81}\left[10^{n+1} - 9n - 10\right]$$

Rpta.: B

Resolución 89: Como se va a enumerar un libro de 600 páginas se tiene:

1; 2; 3; 4; 5; 6;....; 600.

Contando cuantas veces aparece la cifra "5" en las unidades:

$$\underbrace{5\,;15;\ 25;\ 35;\ 45;\ \ldots;\ 59}_{\text{Aparece: } 59 + 1 = 60 \text{ veces}}$$

Contando cuantas veces aparece la cifra "5" en las decenas:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}50\\51\\52\\\vdots\\59\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}150\\151\\152\\\vdots\\159\end{bmatrix}\ \ldots\ \begin{bmatrix}550\\551\\552\\\vdots\\559\end{bmatrix}}$$

En cada bloque el 5 aparece 10 veces en las decenas, como hay 6 bloques
→ aparece: $10 \times 6 = 60$ veces

Contando cuántas veces aparece la cifra "5" en las centenas:

$$\underbrace{500;\ 501;\ 502;\ 503;\ \ldots\ldots;\ 599}$$

Aparece: $99 + 1 = 100$ veces

∴ Se emplearán:

$60 + 60 + 100 = 220$ cifras cinco

Rpta.: C

Resolución 90:

Sea: $1; 2; 3; 4; \ldots; \underbrace{\overline{abc}; \ldots; 999}_{x \text{ Páginas}}; \underbrace{1000; \ldots; \overline{XYZW}}_{(272-x) \text{ páginas}}$

Dato: $3x + 4(272 - x) = 841 \rightarrow x = 247$

Luego: $\overline{XYZW} - 999 = 272 - 247$

$\rightarrow \overline{XYZW} = 1024$

Entonces la numeración es:

$1; 2; 3; 4; 5; \ldots; 1024.$

Contando cuántas veces aparece la cifra 4 en las unidades:

$$\underbrace{4; 14; 24; 34; 44; \ldots; 1024}_{\equiv}$$

Aparece: $102 + 1 = 103$ veces

Contando cuántas veces aparece la cifra 4 en las decenas:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}40\\41\\42\\\vdots\\49\end{bmatrix}\begin{bmatrix}140\\141\\141\\\vdots\\149\end{bmatrix}\ldots\begin{bmatrix}940\\941\\942\\\vdots\\949\end{bmatrix}}$$

Aparece: $10 \times 10 = 100$ veces

Contando cuántas veces aparece la cifra 4 en las centenas:

$$\underbrace{400; 401; 402; \ldots; 499}_{\equiv}$$

Aparece: $99 + 1 = 100$ veces

$\therefore$ La cifra 4 se ha utilizado:

$103 + 100 + 100 = 303$ veces

Rpta.: E

Resolución 91:

Sea la sucesión de los números naturales:

$1; 2; 3; 4; 5; 6; \ldots$

Queremos la cifra que ocupa el lugar 2009; entonces, se deben utilizar:

2009 cifras.

Luego: $\underbrace{1; 2; 3; \ldots 9}$

total cifras = 9

$\underbrace{10; 11; 12; 13; \ldots; 99}$

total cifras = $90 \times 2 = 180$

Faltan: $2009 - (9 + 180) = 1820$ cifras.

E&M

En la enumeración continúan los numerales de 3 cifras.

Observe : $1820 = 3 \times 606 + 2$.

Luego : $\underbrace{100; 101; 102; 103; \ldots; \overline{abc}}_{606 \text{ términos}}; \quad \square\ \boxed{x}$ ← cifra que ocupa el lugar 2009.

$\rightarrow \overline{abc} - 99 = 606 \rightarrow \overline{abc} = 705$

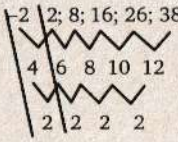
$\rightarrow 100; \ldots; 705; \boxed{7}\ \boxed{0}$

$\therefore\ x = 0$

Rpta.: A

Resolución 92: Tenemos : $S = 2 + 8 + 16 + 38 + \ldots = 530.$

Observemos :



$a_n = n^2 + 3n - 2$

Luego : $\sum_{i=1}^{n} an = \sum_{i=1}^{n} \left(n^2 + 3n - 2\right)$

$$\sum_{i=1}^{n} an = \sum_{i=1}^{n} n^2 + 3\sum_{i=1}^{n} n - 2n$$

$$\rightarrow \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{3n(n+1)}{2} - 2n = 530$$

Multiplico por 6 : $\rightarrow n(n+1)(2n+1) + 9(n)(n+1) - 12n = 3180$

$\rightarrow n(n+1)\left[(2n+1) + 9\right] - 12n = 3180$

$\rightarrow n(n+1)(2n+10) - 12n = 3180$

$\rightarrow n(n+1)\,\cancel{2}\,(n+5) - \cancel{12}n = \cancel{3180}$

$\rightarrow n(n+1)(n+5) - 6n = 1590$

$\rightarrow n\left(n^2 + 6n + 5 - 6\right) = 1590$

$\rightarrow n\left(n^2 + 6n - 1\right) = 1590 = 10 \times 159$

$\therefore\ n = 10$

Rpta.: C

Resolución 93: Se tiene: $M = 15\times18 + 18\times21 + 21\times24 + ... + 60\times63$

Cada sumando es de la forma:

$$a_n = (3n + 12)(3n + 15) = 9n^2 + 81n + 180$$
$$(1 \le n \le 16)$$

Aplicando sumatoria:

$$\sum_{n=1}^{16} a_n = \sum_{n=1}^{16} \left(9n^2 + 81n + 180\right)$$

$$\rightarrow M = 9\times \sum_{n=1}^{16} n^2 + 81.\sum_{n=1}^{16} n + 16\times 180$$

$$M = 9\times\frac{16\times17\times33}{6} + 81\times\frac{16\times17}{2} + 2880$$

$$M = 27360$$

$\therefore\ 2 + 7 + 3 + 6 + 0 = 18$

Rpta.: E

Resolución 94: Dada la sucesion : $\overline{abc}^{67}; \overline{abc}^{68}; ...; \overline{abc}^{xyz}$

Dato : Cantidad de cifras utilizadas al escribir desde 1 hasta $\overline{xyz}$ $= 927$

$$\rightarrow \left(\overline{xyz} + 1\right)3 - 111 = 927 \rightarrow \overline{xyz} = 345$$

Piden la cantidad de cifras al escribir los términos de la sucesión.

Luego: $\underbrace{\overline{abc}^{67}; \overline{abc}^{68}; ...; \overline{abc}^{99}}$

Hay $99 - 66 = 33$ términos

cantidad de cifras $= 33\times3 + 33\times2 = 165$

$\underbrace{\overline{abc}^{100}; \overline{abc}^{101}; ...; \overline{abc}^{345}}$

Hay $345 - 99 = 246$ términos

cantidad de cifras $= 246\times3 + 246\times3 = 1476$

$\therefore$ Total de cifras: $165 + 1476 = 1641$

Rpta.: B

E&M

Resolución 95: Por dato:

$$* \quad 10^{19} \le A \times B < 10^{20}$$

$$\rightarrow 10^{38} \le A^2 \times B^2 < 10^{40} \quad \text{.....(1)}$$

$$* \quad 10^{15} \le B \times C < 10^{16}$$

También:

$$10^{19} \le A \times B < 10^{20}$$

$$\frac{1}{10^{16}} < \frac{1}{B \times C} \le \frac{1}{10^{15}} \quad \downarrow \times$$

$$\rightarrow 10^3 < \frac{A}{C} < 10^5 \quad \text{.....(2)}$$

Multiplicando (1) × (2):

$$10^{41} < \underbrace{\frac{A^3 \times B^2}{C}}_{E} < 10^{45}$$

$$10^{41} < E < 10^{45}$$

Como mínimo tiene: 41 + 1 = 42 cifras

Como máximo tiene: 45 cifras.

$\therefore$ 42 + 45 = 87

Rpta.: C

Resolución 96: Dato: A: Posee 4 cifras en el sistema duodecimal.

$$\rightarrow 12^3 \le A < 12^4$$

Elevando al cubo tenemos:

$$\rightarrow 12^9 \le A^3 < 12^{12}$$

$$\rightarrow 6^9 \times 2^9 \le A^3 < 6^{12} \times 2^{12}$$

$$6^9 \times 2212_6 \le A^3 < 6^{12} \times 30544_6$$

$$2212\underbrace{00...00}_{9 \text{ cifras}}{}_6 \le A^3 < 30544\underbrace{00...00}_{12 \text{ cifras}}{}_6$$

$\rightarrow$ Mínimo número de cifras: 13

$\rightarrow$ Máximo número de cifras: 17

$\therefore$ 13 + 17 = 30

Rpta.: B

Resolución 97: Como se refiere al año 2010, es un año no bisiesto, entonces, febrero tiene 28 días.

Por dato:

Dia : 1 2 3 . . . 28

Ahorró: 1×27 2×26 3×25 . . . 28×0

Donde los términos, respecto al ahorro, forman una sucesión, cuyo término general es:

$$a_n = n(28 - n) = 28n - n^2$$

Como piden lo que ahorro en febrero:

$$\sum_{n=1}^{28} a_n = \sum_{n=1}^{28} \left(28n - n^2\right) = 28.\sum_{n=1}^{28} n - \sum_{n=1}^{28} n^2$$

$$\therefore \text{ Ahorro} = \frac{28\times28\times29}{2} - \frac{28\times29\times57}{6} = 3654$$

Rpta.: A

Resolución 98: Altura de la pirámide: 60 cm
Altura de los cubitos : 2 cm
} pirámide con base cuadrangular de 30 pisos.

En el piso 30 hay 1 cubo
En el piso 29 hay 4 cubos
En el piso 28 hay 9 cubos
En el piso 27 hay 16 cubos
⋮
En el piso 1 hay 30^2 cubos

$\therefore$ El total de cubos es:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots + 30^2 = \frac{30\times31\times61}{6} = 9455$$

Rpta.: D

Resolución 99: * Cuando 2 de ellos ganen 20%, tendrán 120% $= \frac{6}{5}$ de lo que tuvieron.

$$\rightarrow (\text{tuvieron}) = \frac{5}{6}(\text{tendran})$$

* Cuando 2 de ellos ganen 25%, tendrán 125% $= \frac{5}{4}$ de lo que tuvieron.

$$\rightarrow (\text{tuvieron}) = \frac{4}{5}(\text{tendrán})$$

* En las 3 partidas el total : $2400 + 1160 + 440 =$ S/. 4000, siempre es el mismo.

E&M

Luego, realizamos el proceso inverso:

	AL INICIO	1ERA. PARTIDA (Pierde A)	2DA. PARTIDA (Pierde B)	3RA. PARTIDA (Pierde C)
A	2000	1600	$\times \frac{5}{6}$ 1920	$\times \frac{4}{5}$ 2400
B	1200	$\times \frac{5}{6}$ 1440	928	$\times \frac{4}{5}$ 1160
C	800	$\times \frac{5}{6}$ 960	$\times \frac{4}{5}$ 1152	440
	4000	4000	4000	4000

Notese que ganó la persona "A":

Al inicio tenía : 2000

Al final tiene : 2400

$\therefore \frac{400}{2000}(100\%) = 20\%$

Rpta.: B

Resolución 100: Del enunciado:

Cada salto del perro es como: 11

Cada salto del conejo es como:8

Luego:

Mientras el perro avanza:

$4 \times 11 = 44$

El conejo avanza : $5 \times 8 = 40$

Es decir, por cada 4 saltos que da el perro, disminuye la ventaja en 4.

Pero la ventaja es de: $66 \times 8 = 528$

$\rightarrow$ El perro deberá dar:

$528 \div 4 = 132$ veces 4 saltos.

$\therefore$ N° saltos que debe dar el perro

$132 \times 4 = 528$

Rpta.: D

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Calcule (a + b + c), si se cumple que: $\overline{m1m} + \overline{m2m} + \overline{m3m} + ...+ \overline{m9m} = \overline{abc4}$

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

2. Si: $\overline{a0ca}+\overline{8abc}+\overline{b7c8}+\overline{ccab} = 24\,022$
Calcule $(a.b^2.c)$

A) 270 B)2567 C)320
D) 245 E)325

3. En una sustracción, al minuendo se le agrega 7 unidades en las decenas y al sustraendo se le aumenta 9 unidades a las centenas. Entonces la diferencia como varía:

A) Aumenta en 530
B) Disminuye en 730
C) Aumenta en 830
D) Disminuye en 630
E) Disminuye en 830

4. En una sustracción, si al minuendo se le disminuye $\overline{ab}$ unidades y al sustraendo se le disminuye $\overline{ba}$, unidades siendo: a – b= 6. Entonces como varia la diferencia.

A) Disminuye en 54 unidades.
B) Aumenta en 24 unidades.
C) Disminuye en 18 unidades.
D) Aumenta en 54 unidades.
E) Disminuye en 27 unidades.

5. Calcule (x + y + z) si:
$(\overline{abc}-\overline{cba}) . (a-c)= \overline{xyz1}$

A) 8 B)17 C)26
D) 15 E) 14

6. Si $\overline{xyz} - \overline{zyx} = \overline{def}$, calcule la suma de los 6 números de 3 cifras diferentes que se pueden formar con las cifras d, e y f.

A)1 998 B) 2 664 C) 3 008
D) 3 552 E) 3 996

7. El C.A. de un numeral de 3 cifras excede a dicho numeral en 248. Dé su cifra central.

A) 5 B) 4 C) 6
D)7 E)3

8. Si: CA $(\overline{xyz}) = \overline{ppp}$, además x+z =15, calcule: x+ y + z+ p.

A) 24 B)42 C)34
D) 21 E)32

9. Calcule el complemento aritmético del número $M = 9 \times 10^{n+1} + 10^{n-1}$
Dé como respuesta la suma de sus cifras.

A) 10n + 2 B) 15 C)18
D) 9n – 1 E) 10n – 9

10. En una multiplicación la suma de sus 3 términos es 129, si al multiplicador se le multiplica por 3, la suma de sus 3 nuevos términos es 337. Calcule el multiplicando.

A) 22 B)23 C)24
D) 25 E)100

11. Calcule la suma de las cifras del producto de $\overline{abc}$ por 27, sabiendo que los productos parciales suman 2862.

A) 23 B)24 C)25
D) 26 E) 27

E&M

12. Si el primer factor del producto de tres números se duplica, el segundo factor se triplica y el tercero se divide entre 4, entonces el nuevo producto es:

A) $\frac{3}{2}$ del producto original.

B) $\frac{2}{3}$ del producto original.

C) Igual al producto original.

D) El doble del producto original.

E) El triple del producto original.

13. El producto de un número por "a" es 448 y por "b" es 336. Calcule el producto de este número por el mayor número capicúa de tres cifras que se puede formar con las cifras de a y b.

A) 45 608 B) 48 608 C) 84 60
D) 20 604 E)68 480

14. Calcule la suma de las 4 cifras de un número tal que al multiplicarse por 999 termina en 2379.

A) 12 B) 14 C)17
D) 19 E) 21

15. Si : $\overline{abc} \times 97 = ...909$
Calcule: a + b + c

A) 21 B)22 C) 17
D) 24 E)251

16. En una división inexacta el divisor y el resto valen 8 y 13, el dividendo excede al cociente en 356. ¿Cuánto vale el cociente?

A) 29 B)39 C)8
D) 59 E) 49

17. El resto por exceso de una división es el triple del resto por defecto, halle el divisor si el cociente es 15 y la suma del dividendo con el divisor es 520.

A) 18 B) 28 C) 21
D) 23 E) 24

18. En una cierta división efectuada por defecto y por exceso, el resto por defecto, el resto por exceso, el cociente por defecto y el divisor forman una progresión aritmética de razón 3. Calcule el dividendo

A) 180 B)182 C)184
D) 186 E) 188

19. Si los numerales: 23_x; 35_x; 50_x; están en progresión aritmética, halle el término de lugar x^2 en base 10.

A)401 B) 415 C)4 25
D) 438 E) 449

20. Si: $S_n = 1 + 2 + 3 + ... + n$
Calcule:
$S = S_1 + S_2 + S_3 + ... + S_{20}$

A) 1 500 B) 1 520 C) 1 540
D) 1 620 E) 1 540

21. Calcule el resultado de sumar:

$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 15^2$
$2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + 15^2$
$3^2 + 4^2 + 5^2 + ... + 15^2$
$4^2 + 5^2 + 64^2 + ... + 15^2$
$\vdots \qquad \ddots$
$14^2 + 15^2$
15^2

A) 1 400 B)14 400 C)5 260
D)10 200 E)12 400

22. Para enumerar las 32 últimas páginas de un libro se han empleado 81 tipos de imprenta, ¿cuántos tipos se emplearán en toda su enumeración?

A) 240 B) 360 C) 180
D) 270 E) 320

23. Calcule a + b+ c + d + e, si: $\overline{b42a} + \overline{dab3} + \overline{ac68} = \overline{ecba4}$

A) 20 B)22 C) 23
D) 19 E)18

24. Si $\overline{abc}_{(9)} + \overline{2c3}_{(9)} + \overline{bac}_{(9)} = \overline{da74}_{(9)}$. Halle: a+b+ c+d.

A) 16 B)20 C) 14
D) 19 E) 18

25. Determine el valor de:
$S=\overline{abc543}+\overline{31abcc}+\overline{ba6abb}+\overline{ccbcaa}$
si: a+b +c = 5

A) 872 098 B)894 328
C) 843 318
D) 864 218 E) 893 418

26. La suma de todos los números de "n" cifras cuyo producto de cifras es 5, termina en 42. Calcule el valor de "n" sabiendo que es un número de 2 cifras.

A) 15 B)16 C) 17
D) 18 E) 19

27. Calcule la suma de todos los números de la forma:

$$\overline{(a+2)ab\left(\frac{b}{2}\right)}_7$$

Expresar el resultado en la base 49 y dé como respuesta la suma de sus cifras.

A) 40 B)42 C) 44
D) 46 E) 48

28. La suma de los tres términos de una sustracción es 19456 y el minuendo es el cuádruplo del sustraendo. Halla el sustraendo.

A) 9 728 B)2 432 C)2 470
D) 7 928 E)2 897

29. La suma de los términos de una sustracción es 15 684 y si restamos la diferencia del sustraendo nos da 4 788. Halle la suma de las cifras de la diferencia.

A) 11 B)13 C)15
D) 17 E)19

30. Un número de tres cifras $\overline{abc}$ es tal que: $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mn3}$. Si se sabe que la suma de sus cifras es 19, hallar el valor de: $a^2 + b^2 + c^2$.

A) 150 B)151 C)152
D) 149 E)153

31. Halle el valor de (a – c + n + m), si: $\overline{abc} - \overline{2nm} = \overline{cba}$.

A) 17 B)18 C) 19
D) 20 E)21

32. Si: $\overline{5xyz} - \overline{zywx} = 2579$; $w \neq 0$.
Calcule: x+ y + w +z.

A) 20 B)25 C) 21
D) 23 E)22

33. El C.A. de $\overline{abcd}$ es $\overline{mmm}$
Halle "b", si: a+ b+ c+ d+ m = 23

A) 1 B)2 C)3
D) 4 E)5

E&M

34. Si: CA $\overline{(abc)} = a \times c$, ¿cuál es la suma de todos los valores de $\overline{abc}$?

A) 7 946 B)8 358 C) 8 595
D) 8 818 E) 9 236

35. Si $\overline{MAL}$ es complemento aritmético de $\overline{ACHA}$ y C – M = 5, halle la suma de las cifras de $\overline{CALMA}$

A) 27 B)32 C) 26
D) 28 E) 30

36. Halle el número de la forma $\overline{abb}$ tal que su complemento aritmético sea de la forma $\overline{b(b+1)(a+1)}$

A) 322 B) 566 C) 722
D) 411 E) 544

37. Sabiendo que: $\overline{abcd} = \overline{dcba} + \overline{m9n2}$; b = c. Si:
$\overline{dsmc}_{(12)} + CA\,(\overline{mnst}_{(12)}) = \overline{6pnb}_{(12)}$
Calcule:
$A = m + n + r + s + t + p + a + d$

A) 45 B)47 C) 46
D) 48 E)49

38. En una multiplicación la suma de sus 3 términos es 1997, si al multiplicador se le multiplica por 3, la suma de sus tres nuevos términos es 5845. Indique el multiplicando.

A) 26 B) 69 C) 73
D) 77 E) 78

39. En la multiplicación de : $\overline{a(2a)a}$ por N se cometió el error de colocar cada producto parcial exactamente uno debajo del otro, obteniéndose 8892 como resultado. ¿Cuál es el producto correcto?.

A) 289 427 B)279 457
C) 269 463
D) 268 983 E) 288 423

40. Si: $\overline{abcd} \times n = \overline{ef861}$ y $\overline{a0} \times n = 560$
Calcule: $a + b + c + d + e + f + n$.

A) 32 B)27 C)28
D) 30 E)25

41. Halle: $a + b + c + d$; si:
$\overline{abc} \times 17 = \overline{d871}$

A) 17 B)21 C)18
D) 19 E)20

42. Si: $\overline{HABILIDAD} \times 999999 = \overline{.....DHD5L24}$, donde letras diferentes representan dígitos diferentes, hallar la suma de las cifras de $(\overline{HABIL} - \overline{DALI})$

A) 20 B)19 C) 18
D) 17 E) 16

43. SI: $\overline{mcdu} \times 4 = \overline{udcm}$. el resultado de $(m + c + d + u)$, es:

A) 20 B)19 C) 18
D) 17 E) 16

44. Halle la suma de cifras del resultado de multiplicar $(\overline{JU} + \overline{UN})\,(\overline{AGOSTO})$, si $\overline{AGOSTO} \times J = 690\,432$, $U \times \overline{AGOSTO} = 1035648$ y $\overline{AGOSTO} \times N = 1380\,864$

A) 34 B)35 C) 36
D) 37 E)38

45. Ayrthon realizó las siguientes operaciones:
$\overline{abc}_{(6)} \times \overline{bc}_{(6)} = 24\,013_{(6)}$
$\overline{abc}_{(6)} \times \overline{cb}_{(6)} = 15\,103_{(6)}$ y
$\overline{abc}_{(6)} \times \overline{cba}_{(6)} = 151\,520_{(6)}$
¿Cuánto obtendrá cuando realice la operación $(\overline{abcd}_{(6)})^2$

A) $103\,013_{(6)}$ B) $113\,013_{(6)}$
C) $24\,013_{(6)}$
D) $123\,013_{(6)}$ E) $145\,000_{(6)}$

46. Calcule la suma de todos los números de tres cifras que cumplan la condición que el ser dividido entre cierto número da siempre 19 cociente y un resto máximo.

A)24 345 B)25 155 C) 25 725
D) 26 215 E) 27 365

47. En una división entera inexacta, el residuo por defecto es 27 y el residuo por exceso es 13; además, el cociente por defecto es la mitad del divisor. Calcule la suma de cifras del dividendo.

A)17 B)18 C)19
D) 15 E)16

48. Al resto de una cierta división le faltan 8 unidades para ser máximo. Si se le suma 6416 unidades al dividendo, el cociente aumenta en 89 y el residuo se vuelve máximo. ¿Cuál es el divisor?

A) 54 B)65 C)72
D) 84 E)90

49. El cociente y el residuo de una división inexacta son respectivamente 43 y 27, si se le aumenta al dividendo 108 unidades y se le efectúa nuevamente la división el cociente aumenta en 3 y el residuo disminuye en 12.¿Cuál es el divisor respectivo?

A) 28 B)32 C)40
D)457 E)50

50. La suma de los cuatro términos de una división inexacta por defecto es 835, pero si la división se hubiera realizado por exceso, la suma de sus términos sería 869. Si los cocientes suman 27, entonces la suma de las cifras del dividendo es:

A) 13 B) 14 C)15
D) 16 E)17

51. En una división inexacta, al residuo por exceso le falta 13 unidades para ser igual al residuo por defecto y a este le falta 22 unidades para ser igual al divisor que a su vez le falta 13 unidades para ser igual al cociente por defecto. ¿Cuántas unidades le faltan al cociente por exceso para ser igual al dividendo?

A) 3 957 B)3 956 C)3 955
D) 3 954 E)3 953

E&M

52. Si en la siguiente división:

$$\begin{array}{r|l} ******* & ** \\ \hline *** & **\,8\,** \\ \hline ** & \\ \hline ** & \\ \hline *** & \\ \hline *** & \\ \hline 1 & \end{array}$$

Cada asterisco representa un dígito, calcule la suma de las cifras del dividendo.

A) 32 B)33 C) 34
D) 11 E) 6

53. Determine el número de términos de la siguiente progresión aritmética:
$\overline{mn24};\ \overline{mn28};\ldots;\overline{m\,(n+2)\,28}$

A)50 B) 51 C) 52
D) 53 E) 54

54. En la siguiente progresión aritmética :
$\overline{ab}_{(7)}$; $\overline{ac}_{(7)}$;$\overline{co}_{(7)}$; .....$\overline{b(2a)\,a}_{(7)}$
Calcular la suma de sus términos y dér como respuesta la suma de sus cifras

A) 10 B)4 C)5
D) 11 E) 6

55. Hallar el termino de lugar $\overline{ba}$ de la siguiente P:A:$\overline{a8b};\overline{a93};\ \overline{b04};\overline{b\,a5};$.....y dé como respuesta la suma de sus cifras

A) 5 B)6 C)10
D) 7 E)8

56. Dada la siguiente P.A.: 85;.....;580 y sabiendo que posee 4x términos y que su razón es k, halle " x + k"

A) 15 B)16 C)17
D) 18 E)19

57. Halle "n" si:
$n+(n+1)+(n+2)+\ldots+(n+108)=6758$

A) 5 B)9 C)8
D) 7 E) 6

58. Si A y B representan las sumas, respectivamente, de los pares positivos e impares positivos no mayores que 1000. Calcula A – B

A)0 B)499 C)500
D) 501 E)1 000

59. Hallar la suma de los 40 números de la siguiente serie: S = 9 + 99 + 9999 +.....Dé como respuesta la suma de las cifras del resultado "

A) 40 B)38 C)47
D) 45 E) 50

60. En los sistemas de base n y (n + 3)se escriben los números consecutivos: $1_{(n)}; 2_{(n)}; 3_{(n)};$ ..... $500_{(n)}$ y $1_{(n+3)}; 2_{(n+3)}; 3_{(n+3)};$ .....; $500_{(n+3)}$. Si en una de ellas se escriben 225 números más que en la otra, halle el valor de n.

A) 7 B)5 C)9
D) 9 E) 6

61. La suma de 20 números pares consecutivos es 1020. Halle el mayor de ellos:

A) 80 B)76 C)74
D)70 E)68

62. Para imprimir un libro se utilizan 255 tipos de imprenta, luego se elimina el último capítulo que tenía 28 páginas y se suplanta por otro de 40 páginas. ¿Cuántas páginas tiene el nuevo libro?

A) 133 B) 134 C) 135
D) 144 E) 145

63. Calcule la suma de todos los números de la forma $\overline{a(3a)b\left(\frac{b}{2}\right)}_{(9)}$, indique como respuesta la suma de las cifras de esta suma, al expresarse en base 27

A) 28 B)29 C)30
D) 36 E)44

64. Considerando que la suma de todos los números de tres cifras que se puedan formar con las cifras a, b y c es 17 982, halle (a + b + c), si son cifras diferentes.

A) 12 B)15 C) 18
D) 21 E)81

65. Halle a + b+ c, si la siguientes suma termina en $\overline{...bc4}_9$

$$S=\underbrace{\overline{4a4a...}_9}_{9\text{cifras}}+\underbrace{\overline{4a4...}_9}_{8\text{ cifras}}+\underbrace{\overline{4a4a...}_9}_{7\text{cifras}}+...+\overline{4a}_9$$

A) 16 B)20 C) 18
D) 15 E)14

66. Si $\overline{abcd}+\overline{bcda}=\overline{bbaa}+2365$ y b es el doble de a, halle $\overline{ab}+\overline{cd}$.

A) 59 B)63 C) 71
D)77 E) 81

67. Si $\overline{71(d-6)}=\overline{abcd}_8$, determine la suma de todos los números de tres cifras que se pueden formar con las cifras a, b y c.

A) 3 864 B)3 924 C) 6 438
D) 8 346 E) 8 926

68. Indique la secuencia correcta de los valores de verdad de las siguientes proposiciones.

I. La sustracción no cumple la propiedad de clausura ni asociativa en el conjunto de los números naturales.

II. Si $\overline{abc}_6-\overline{cba}_6=\overline{xyz}_6$, entonces $\overline{xyz}_6+\overline{zyx}_6=245$

III. El conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$) es la suma de los números racionales ($\mathbb{Q}$) más los números irracionales.

A) VVV B)VVF C)VFV
D) VFF E)FFF

69. Si $\overline{abcd}_x-\overline{dcba}_x=\overline{pqrn}_x$, $c<b$; $r+q=6$. Halle x

A) 5 B)6 C)7
D) 8 E)9

70. Si $\overline{mnp}=\overline{pnm}+\overline{(x+3)(y+2)(x+2)}$; $m+p=12$ $(m>p)$ ¿Cuánto es el máximo valor de $(m+n+p+x+y)$?

A) 28 B)29 C)30
D) 31 E)32

71. ¿Cuántos números de 3 cifras de la base 7, son tales que su complemento aritmético sea un número impar de 2 cifras?

A) 18 B) 21 C) 24
D)27 E) 30

E&M

72. Si el número de la forma: $\overline{b(b+1)(a+1)}$ tiene como C.A. al número $\overline{(2b)(c)(a+1)}$, halle la suma de cifras de dicho número.

A) 10 B)12 C) 15
D) 16 E) 19

73. Si se cumple que CA $(\overline{abcd}) = \overline{xxx}$, además que $a + b + c + d + x = 29$, calcule "d".

A)3 B)4 C)5
D) 6 E)7

74. Sabiendo que: CA $(\overline{aaa} \times \overline{bb}) = \overline{mn37}$. Halle: $(m - n)$

A)1 B)2 C)3
D) 4 E)5

75. El producto P de tres números enteros positivos es igual a seis veces su suma y uno de los tres números enteros es igual a la suma de los otros dos ¿Cuál es la suma de todos los valores posibles de P?

A)84 B)96 C)156
D) 336 E)362

76. Algunos dígitos se ha omitido en la siguiente multiplicación. ¿Cuál no es uno de dichos dígitos?.

$$\begin{array}{r} 2{*}{*} \times \\ {*}{*} \\ \hline {*}61 \\ {*}{*}{*} \\ \hline {*}{*}01 \end{array}$$

A)4 B)5 C)7
D) 8 E)9

77. Si $\overline{ab9}_{(doce)} \times \overline{ab9}_{(doce)} = \ldots\overline{ab9}_{(doce)}$, determine $(a + b)$

A) 8 B)9 C)10
D) 11 E)12

78. Halle un número de 4 cifras que multiplicado por otro de 2 cifras iguales da un producto formado solo por cifras cinco.

A) 5 611 B)5 613 C) 7 115
D) 7 215 E)7 125

79. En una división inexacta cuyos términos son números naturales y diferentes, se cumple que el residuo por exceso, y el residuo por defecto el cociente por defecto y el divisor forman una progresión geométrica discreta. Halle el menor valor que pude tomar el dividendo.

A)17 B)9 C) 10
D) 11 E) 12

80. Si al dividir $\overline{ab5}$ entre $\overline{b7}$ da como cociente 22 y el residuo 21, determine $a + b$

A) 8 B)9 C) 10
D) 23 E)12

81. En una división inexacta al resto le faltan 31 unidades para ser máximo y excede en 13 al resto mínimo. Si el cociente es los 5/7 de dicho resto, determine el valor del dividendo.

A)274 B)337 C) 374
D) 474 E) 574

82. La cantidad de números pares de 4 cifras que dan residuo máximo cuando se les divide entre 43 es:

A) 104 B) 112 C) 116
D) 198 E)208

83. Si un número de 4 cifras se divide entre su complemento aritmético da 4 de cociente por defecto y un residuo por defecto menor en 1724 que el divisor; determine la suma de las cifras del complemento aritmético del número.

A) 11 B)17 C)18
D) 19 E)21

84. En una división, para que el residuo sea 34 hay que sumarle 96 o restarle 62 unidades al dividendo. Si el divisor es de dos cifras y el cociente es el promedio del divisor y el residuo, ¿cuál es el valor del dividendo? Dé como respuesta la suma de sus cifras.

A) 22 B)19 C) 18
D) 21 E) 20

85. Determine el término de lugar $\overline{ab}$ en la siguiente progresión aritmética:
44; $\overline{a2}$; $\overline{b0}$; $\overline{b8}$; .....

A) 141 B)222 C) 345
D)23 E) 525

86. Se tiene la progresión aritmética a, $\overline{bc}$, $\overline{db}$, $\overline{de}$;.....halle la suma de los 10 primeros términos sabiendo que: $t_{100} = \overline{(e-b)03}$

A) 280 B)300 C)320
D) 9 E) 2

87. En la progresión aritmética: 5,10,15, ¿cuántos términos de esta progresión hay que tomar a partir del lugar 14, para que sumen tanto como los nueve primeros términos?

A) 3 B)5 C) 7
D) 9 E) 2

88. ¿Cuántos términos comunes menores que 1000 tienen las siguientes sucesiones?
$\{a_n\}$: 10; 13; 16; 19; 22;....
$\{b_n\}$: 14; 25; 40; 59; 82;....

A)12 B)13 C)14
D) 11 E)12

89. Al escribir la sucesión de los números naturales a partir del número 93; ¿cuál es la cifra que ocupa el lugar 8010?.

A) 2 B)3 C)4
D) 5 E)7

90. La suma de los n primeros términos de la sucesión: $1^2, 4^2, 7^2, 10^2, ...$es

A) $\frac{n(6n^2+3n-1)}{2}$

B) $\frac{n(3n^2-2n+1)}{2}$

C) $\frac{n(5n^2-2n-1)}{2}$

D) $\frac{n(6n^2-3n-1)}{2}$

E) $\frac{n(3n^2+2n-1)}{2}$

91. Si se cumple: $1 + 2 + 3 + ... + n = \overline{abab}$ y además a y b son significativas, determine (a + b).

A) 4 B)6 C) 8
D) 10 E)12

E&M

92 En las 14 últimas páginas de un libro se han utilizado 53 cifras para su enumeración. ¿Cuántas cifras cinco se ha empleado en el libro?.

A) 300 B) 301 C) 302
D) 303 E)304

93. Al enumerar un libro por páginas se utilizan 201 tipos más que numerándolos por hojas. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

A) 120 B)145 C)150
D) 152 E)161

94. ¿Cuántas cifras se utilizan para escribir todos los términos de la sucesión $1_{(8)}, 2_{(8)}, 3_{(8)}, 4_{(8)}, ... 777_{(8)}$?

A) 1 247 B) 1 296 C)1 391
D) 1 463 E) 1 888

95. ¿Cuántas cifras puede tener: $E=\frac{A \times B^2}{C^3}$ si A tiene 8 cifras más que B y B tiene 6 cifras más que C?

A) De 23 a 29 B)De 23 a 28
C) De 24 a 29
D) De 24 a 28 E)De 22 a 28

96. Si A x B tiene 10 cifras y B x C tiene 8 cifras ¿Cuántas cifras tiene F?

$$F = A \times B^2 \times C$$

A) 9 o 10 B)12 o 13 C)17 o 19
D) 17 o 18 E)18 o 19

97. Una tribu caníbal atrapa a 9 expedicionarios, uno de los cautivos sabe que la costumbre de dicha tribu es colocarlos en círculo enumerado del uno al nueve y comienzan a comerlos desde el uno salteándose cada vez una persona. ¿Qué lugar debe escoger ubicarse para no ser devorado si sabe que el último que queda se salva?

A) 2 B)3 C) 4
D) 7 E)9

98. Luis juega con José, lanzando una moneda, de la siguiente manera: si sale cara Luis recibe S/. 10 y en caso de sello paga S/. 10 . Antes de empezar el juego Luis tenía S/. 200 y al finalizar terminó con S/. 240. Si hubo 40 lanzamientos, ¿cuál es la diferencia entre el número de caras y el número de sellos que aparecieron? .

A)2 B)3 C)4
D) 5 E)8

99 Desde A parte un tren cada hora hacia B y lo hace a la hora exacta. De B parte un tren hacia A cada hora también a la hora exacta. En ambos casos el viaje dura 3 horas y 45. Si un viajero toma el tren de A a B a las 12 del mediodía ¿Con cuántos trenes procedentes de B se cruzaron durante el viaje?.

A) 6 B) 7 C) 13
D) 14 E)21

100. Se tiene dos cajas idénticas una de ellas contiene 30 monedas de 10 gramos cada una y la otra 20 monedas de 20 gramos cada una; se requiere extraer una misma cantidad de monedas de cada caja para luego intercambiarlas con el único fin de que las cajas pesen lo mismo. ¿Cuántas monedas tendrían que ser?

A) 3 B)5 C)7
D)8 E)10

CLAVES

1	E	26	D	51	D	76	E
2	A	27	B	52	C	77	B
3	E	28	C	53	C	78	D
4	A	29	C	54	A	79	B
5	B	30	D	55	B	80	D
6	E	31	C	56	C	81	D
7	D	32	C	57	C	82	A
8	A	33	B	58	C	83	D
9	C	34	C	59	D	84	E
10	D	35	D	60	E	85	D
11	E	36	E	61	D	86	D
12	A	37	B	62	A	87	A
13	B	38	C	63	D	88	C
14	C	39	B	64	C	89	B
15	A	40	A	65	A	90	D
16	A	41	E	66	A	91	B
17	B	42	D	67	A	92	B
18	D	43	D	68	B	93	C
19	E	44	C	69	D	94	D
20	C	45	D	70	C	95	C
21	B	46	B	71	B	96	D
22	A	47	A	72	B	97	A
23	B	48	C	73	D	98	C
24	A	49	C	74	C	99	E
25	A	50	C	75	D	100	B

E&M

EXAMENES DE ADMISIÓN UNI - UNMSM

UNI - 2006 - II

PROBLEMA 01: De la igualdad $\overline{a2b}_{(7)}$, calcule $\overline{a51}_{(n)}$ el valor de: $a + b + n$.

A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15

Resolución:

$$\overline{a2b}_{(7)} = \overline{a51}_{(n)}$$

Tenemos que: $5 < n < 7 \rightarrow n = 6$

Descomposición polinómica:

$$49a + 14 + b = 36a + 30 + 1$$

$$13a + b = 17 \quad \rightarrow \quad a = 1 \ \wedge \ b = 4$$

Piden: $a + b + n = 1 + 4 + 6$

$\therefore \ a + b + n = 11$

Rpta.: A

PROBLEMA 02: En una barra de madera de 30 cm se realizan n cortes tal que las partes obtenidas A_1; A_2; ....; son proporcionales a los números 1; 2; ..... La media aritmética de las inversas de la menor y mayor de las partes es:

A) $\frac{120}{n+2}$ B) $\frac{60}{(n+2)^2}$ C) $\frac{120}{(n+1)^2}$
D) $\frac{(n+1)^2}{120}$ E) $\frac{(n+2)^2}{120}$

Resolución:

Sea la sucesión: $K(1 + 2 + 3 + ... + (n + 1)) = 30$

$$K\frac{(n+1)(n+2)}{2} = 30 \Rightarrow K(n+1)(n+2) = 60$$

Piden: $$M.A. = \frac{\frac{1}{K} + \frac{1}{(n+1)K}}{2} = \frac{n+2}{2K(n+1)} = \frac{n+2}{2\left(\frac{60}{n+2}\right)}$$

$$\therefore \ M.A. = \frac{(n+2)^2}{120}$$

Rpta.: E

E&M

PROBLEMA 03: Una persona dispone de un capital C nuevos soles que lo ha dividido en tres partes para imponerlas al a%, al 2a% y al (2a+2)%, respectivamente. Sabiendo que todas las partes le producen igual interés, entonces la parte impuesta al 2a% es:

A) $\frac{(2a+1)C}{4a+1}$ B) $\frac{(2a+1)C}{4a+3}$ C) $\frac{(a+1)C}{4a+1}$

D) $\frac{(a+1)C}{4a+3}$ E) $\frac{(a+1)C}{4a+5}$

Resolución:

Tenemos: $C = C_1 + C_2 + C_3$

Por dato: $a\%\, C_1 = 2a\%\, C_2 = (2a+2)\%\, C_3$

$aC_1 = 2aC_2 = 2(a+1)C_3 = 2a(a+1)k$

$[2(a+1)+(a+1)+a]k = C \Rightarrow k = \frac{C}{4a+3}$

$\therefore\ C_2 = \frac{(a+1)C}{4a+3}$

Rpta.: E

PROBLEMA 04: Sean a, b, c y d números naturales tales que:

i. $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{d} = \frac{b}{c} = k,\ k \in \mathbb{N}/\{1;2\}$

ii. $d - c = 39$

Entonces el valor de d – b es:

A) 1 B) 3 C) 5

D) 7 E) 11

Resolución:

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{a+d}{c} = k \Rightarrow b = ck,\ a = ck^2$

$d = \frac{ck^2 + c}{k} \Rightarrow \frac{ck^2+c}{k} - c = 39$

$c(k^2 - k + 1) = 39k \Rightarrow k^2 - k + 1 = 13$

$k = 4 \rightarrow c = 12;\ d = 51;\ b = 48$

Piden: $d - b = 51 - 48$

$\therefore\ d - b = 3$

Rpta.: E

PROBLEMA 05: Cinco amigos recogieron en una isla un cierto número de cocos y acordaron repartirlos al día siguiente. Durante la noche uno de ellos decidió separar su parte y para ello dividió el total en cinco partes y dio el coco que sobraba al mono y se fue a dormir. Enseguida, otro de los amigos hizo lo mismo, dividiendo lo que había quedado por 5. dando el coco que sobraba a un mono, uno tras otro hicieron lo mismo, dando a un mono el coco que sobraba. En la mañana se repartieron los cocos sobrantes quedando un coco. ¿Cuál es el número mínimo de cocos que se recogieron?

A) 14 521 B) 14 581 C) 14 621
D) 15 581 E) 15 621

Resolución:

Por condición: Siempre quedan : $\overset{o}{5}+1$

	Total	Le dan al mono	Se lleva	Queda
Inicio	$5a+1=N$	1	a	4a
2°	$5b+1=4a$	1	b	4b
3°	$5c+1=4b$	1	c	4c
4°	$5d+1=4c$	1	d	4d
5°	$5e+1=4d$	1	e	4e

Al final, queda $5f+1=4e$; lo que se reparten al día siguiente.

A cada uno le tocará f cocos en este reparto.

De lo anterior, expresamos N en términos de f.

$$N=15f+11+\frac{265(f+1)}{1024}$$

$\rightarrow f_{mín.}=1023$; porque 265 y 1024 son PESI.

Reemplazando: $N=15\times1023+11+265$

$\therefore N=15621$

Rpta.: E

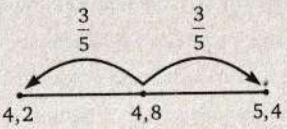
PROBLEMA 06: Determine la suma de todos aquellos números naturales tales que su raíz cuadrada, con una aproximación menor a 3/5 es 4,8.

A) 230 B) 259 C) 282
D) 289 E) 312

E&M

Resolución: Una aproximación menor que: $\frac{3}{5}=0,6$ puede presentarse por defecto o por exceso.

Así tendremos:



Entonces: $4,2 < \sqrt{N} < 5,4 \; ; N \in \mathbb{N}$

$17,64 < N < 29,16$

Luego; N toma los valores:

18; 19; 20; 21;.....; 29

La suma de los valores de N es:

$$\Sigma \text{ valores de } N = 18+19+20+.....+29 = \left(\frac{18+29}{2}\right)\times 12$$

$\therefore \; \Sigma$ valores de $N = 282$

Rpta.: C

PROBLEMA 07: A un trabajador le ofrecen S/. 400.00; una lavadora y una refrigeradora por realizar un trabajo en medio año, pero éste se compromete a realizar parte del trabajo en 4 meses, pidiendo que le entreguen S/. 50.00; la lavadora y la refrigeradora. Luego de empezar el trabajo, el trabajador se retira al cabo de 2 meses y medio recibiendo S/. 10.00 y la lavadora. Halle el valor de la refrigeradora.

A) S/. 200.50 B) S/. 210.50 C) S/. 215.50
D) S/. 220.50 E) S/. 222.50

Resolución: Sean:

S/. L = Costo de la lavadora.

S/. R = Costo de la refrigeradora.

Se tiene:

Tiempo de Trabajo	Pago	
6 meses	400 + L + R	→ Por dos meses le pagan 350.
4 meses	50 + L + R	→ Por 1,5 meses le pagan 40 + R.
2,5 meses	10 + L	

Luego: $\frac{2}{1,5}=\frac{350}{40+R} \rightarrow 160+4R=1050$

$\therefore \; R = S/.\, 222.50$

Rpta.: E

PROBLEMA 08: Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F):

( ) Si $A = \{\varnothing\}$, entonces $A \subset P(A)$; P(A) potencia de A.

( ) $A \Delta B \in P(A \cup B)$.

( ) Si $A / B = \varnothing$ entonces $A = B$.

A) VVV B) VVF C) VFV
D) VFF E) FFF

Resolución:

I. El conjunto potencia de A está formado por todos los subconjuntos de A.

$\forall A,\ A \subset A \ \wedge \ A \in P(A)$

Si $A = \{\varnothing\} \rightarrow P(A) = \{\{\varnothing\}; \varnothing\}$

Luego: $\{\varnothing\} \subset P(A)$

$\rightarrow$ La proposición es verdadera.

II. $(A \Delta B) \subset (A \cup B) \rightarrow (A \Delta B) \in P(A \cup B)$

$\rightarrow$ La proposición es verdadera.

III. $A / B = \varnothing \rightarrow A = B$, No necesariamente.

Contraejemplo: $A = \{2; 3\}$ $B = \{1; 2; 3; 4\}$

Por lo tanto: $A / B = \varnothing$; sin embargo, $A \neq B$.

$\rightarrow$ La proposición es falsa.

$\therefore$ La secuencia correcta es VVF.

Rpta.: B

UNMSM - 2007 - I

PROBLEMA 09: ¿Cuántos divisores primos tiene 130 130?

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

Resolución:

Piden la cantidad de divisores primos de 130 130

Descomponiendo canónicamente:

$$130130 = 2 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13^2$$

Divisores primos: 2; 5; 7; 11; 13

$\therefore$ Son 5 divisores primos:

Rpta.: C

E&M

PROBLEMA 10: Determine el valor de n sabiendo que el mínimo común múltiplo de $A=180^n\times27$ y $B=40^n\times60$ tiene 5400 divisores.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

Resolución:

Piden, n si: MCM(A; B) tiene 5400 divisores.

Descomponiendo canónicamente los términos A y B, tenemos:

$$A=180^n\times27=3^{2n+3}\times2^{2n}\times5^n$$
$$B=40^n\times60=3\times2^{3n+2}\times5^{n+1}$$

Por propiedad: $\rightarrow MCM(A;B)=3^{2n+3}\times2^{3n+2}\times5^{n+1}$

Por dato: $CD_{MCM(A;B)}=(2n+4)(3n+3)(n+2)=5400$

Factorizando: $CD_{MCM(A;B)}=(n+1)(n+2)^2=900=9\times10^2$

$\therefore\ n=8$

Rpta.: C

PROBLEMA 11: Hallar el valor de: a + b + c + d; si al extraer la raíz cuadrada de $\overline{14abcd64}$ se obtiene $\overline{abcd}$.

A) 17 B) 18 C) 19
D) 20 E) 21

Resolución:

Reconstruyendo la operación de radicación

$\sqrt{14abcd64}$	$\overline{abcd}$	
9	$3\times3=9$	$\rightarrow$ a = 3
53b	$67\times7=469$	$\rightarrow$ b = 7
469	$749\times9=6741$	$\rightarrow$ c = 9
68cd	$7582\times2=15164$	$\rightarrow$ d = 2
6741		
15164		
15164		

Nos piden: $a+b+c+d=3+7+9+2$

$\therefore\ a+b+c+d=21$

Rpta.: E

PROBLEMA 12: Para las fiestas de aniversario de un pueblo, la Municipalidad promueve un juego entre los pobladores, el cual consiste en que los pobladores hagan llegar sus pronósticos de las posiciones finales ce un campeonato en el que participan 5 equipos. Se otorgará premios a los pobladores que acierten con los equipos en al menos 2 de las 3 posiciones ganadoras. Determine la probabilidad de ganar el premio.

A) 0,02 B) 0,05 C) 0,10
D) 0,11 E) 0,16

Resolución:

El experimento aleatorio es:

E: participan cinco equipos y hay tres posiciones ganadoras (los tres primeros).

$\underbrace{a; b; c; d; e}_{5 \text{ equipos}} \rightarrow$ tres son ganadores

	1.º	2.º	3.º
→	a	b	b
	a	c	b
	⋮	⋮	⋮
	↓	↓	↓

Nº casos totales : $5 \times (5-1) \times (5-2) = 60$

El evento que buscamos es:

A: Acertar al menos dos de tres posiciones

Si las posiciones ganadoras son:

1.º	2.º	3.º
a	b	c

Entonces:

acertar posiciones

a	b		ó	a		c	ó		b	c
		↓			↓				↓	
		d			d				d	

$$\frac{e}{2} + \frac{e}{2} + \frac{e}{2} = 6$$

O sino:

acertar 3 posiciones

a	b	c

1

Se observa que: $n(A) = 6 + 1 \rightarrow n(A) = 7$

Finalmente: $P(A) = \frac{7}{60}$

$\therefore P(A) = 0,11$

Rpta.: D

E&M

PROBLEMA 13: Supongamos que A varía directamente proporcional a X y Z e inversamente proporcional a W. Si A = 154 cuando X = 6, Z = 11 y W = 3, determinar A cuando X = 9, Z = 20 y W = 7.

A) 120 B) 140 C) 160
D) 180 E) 120

Resolución:

Por dato:

$A \ DP \ X$

$A \ DP \ Z$

$A \ IP \ W$

$$\rightarrow \frac{A \times W}{X \times Z} = K \text{ (K: constante).}$$

Elaborando la tabla de valores correspondiente:

A	X	Z	W
154	6	11	3
n	9	20	7

Reemplazando los valores se tiene:

$$\rightarrow \frac{154 \times 3}{6 \times 11} = \frac{n \times 7}{9 \times 20}$$

$$\therefore \ n = 180$$

Rpta.: D

PROBLEMA 14: Si se cumple que: $0,a\hat{b} + 0,b\hat{a} = 1,\hat{4}$; obtenga el valor de a + b.

A) 2 B) 5 C) 7
D) 9 E) 13

Resolución:

Por propiedad de los decimales periódicos tenemos:

$$\frac{\overline{ab} - a}{90} + \frac{\overline{ba} - b}{90} = \frac{13}{9}$$

$$\rightarrow \overline{ab} - a + \overline{ba} - b = 130$$

$$9a + b + 9b + a = 130$$

$$10(a + b) = 130$$

$$\therefore \ a + b = 13$$

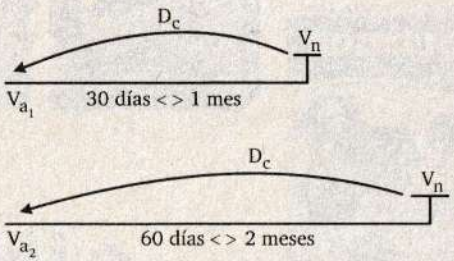
Rpta.: E

PROBLEMA 15: Dos pagarés por igual valor nominal que se vencen dentro de 30 y 60 días, respectivamente, son descontados comercialmente hoy al a% anual. Entonces el valor nominal de cada uno de ellos, si recibe un total de S nuevos soles es:

A) $\frac{4800aS}{9600-a}$ B) $\frac{9600aS}{4800-a}$ C) $\frac{400S}{4800+a}$

D) $\frac{4800S}{9600-a}$ E) $\frac{400S}{800-a}$

Resolución: De los datos tenemos que:



Se descuentan comercialmente al:

$$a\%\ \text{anual} <> \frac{a\%}{12}\ \text{mensual}$$

Por dato, se recibe un total de S:

$$S = V_{a_1} + V_{a_2}$$

$$S = V_n - \left(V_n \times \frac{a\%}{12} \times 1\right) + V_n - \left(V_n \times \frac{a\%}{12} \times 2\right)$$

$$S = 2V_n - 3V_n \frac{a\%}{12}$$

$$S = \frac{24V_n - 3a\%V_n}{12}$$

$$V_n = \frac{12 \times S}{24 - 3a\%} = \frac{1200 \times S}{2400 - 3a}$$

$$\therefore\ V_n = \frac{400S}{800-a}$$

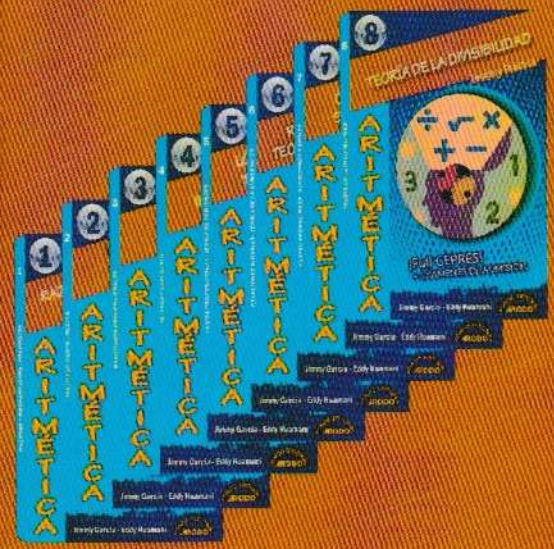
Rpta.: E

1	Razones y Proporciones - Promedios
2	Tanto por ciento - Mezclas
3	Magnitudes Proporcionales
4	Regla de Interés - Regla de Descuento
5	Lógica Proposicional - Teoría de Conjuntos
6	Relaciones Binarias - Teoría de Numeración
7	Cuatro Operaciones - Sucesiones y Series
8	Teoría de la Divisibilidad
9	Estudio de los divisores Z+
10	MCD - MCM
11	Potenciación y Radicación
12	Números Racionales
13	Estadística Descriptiva
14	Análisis Combinatorio
15	Teoría de Probabilidades

FONDO EDITORIAL RODO

//fondoeditorialrodo

TEMARIO ARITMÉTICA



N°	TEMA
1	Razones y Proporciones - Promedios